

NANO > XII

НАНОТЕХНОЛОГИИ - ПРОРЫВ В БУДУЩЕЕ!

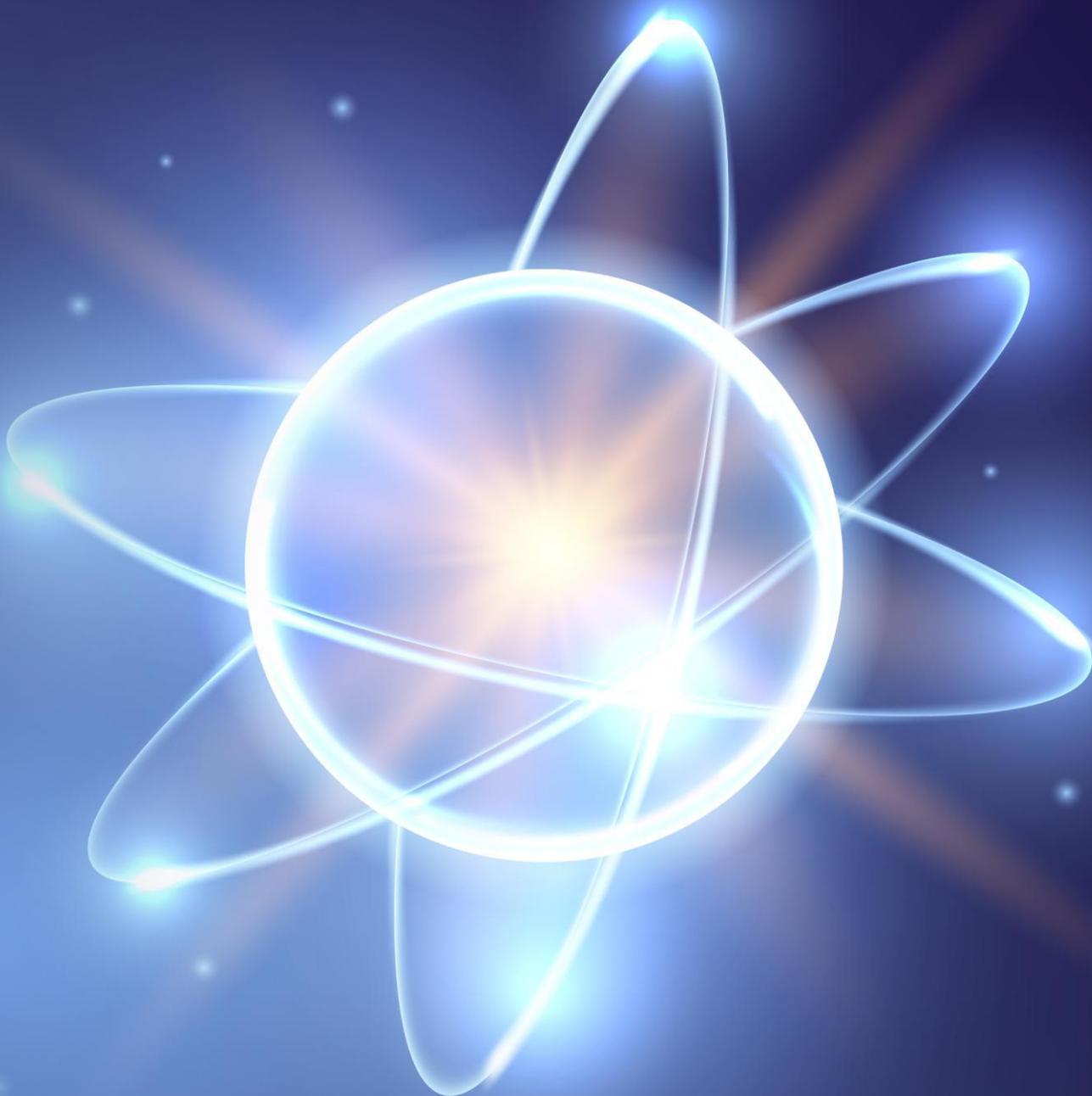


МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА



РОСНАНО

КОД: ИИИИИИИИИИИИ
И ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

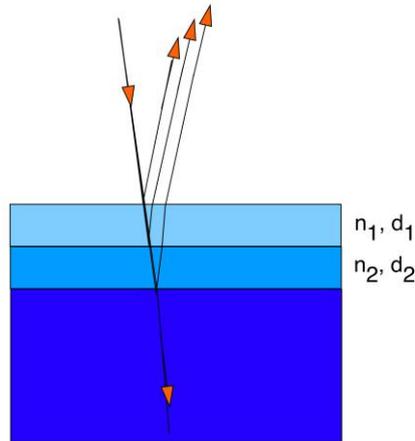


**СБОРНИК
ЗАДАНИЙ**



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 1. Двойная нанопленка



Для улучшения оптических свойств материала часто используют специальные просветляющие покрытия. Студент МГУ Вася пошел обратным путем: вместо нанесения покрытий, он протравил кислотой часть кремниевого кристалла, который хорошо пропускает свет в инфракрасном диапазоне. В результате получился нанопористый слой толщиной d_1 на поверхности с показателем преломления n_1 , меньшим, чем у кремния. Размер пор составлял порядка 50 нм, поэтому слой получился оптически-однородным. Затем Вася протравил второй слой толщиной d_2 , изменив параметры травления, и получил показатель преломления в нем $n_2 > n_1$.

1. Используя полученную структуру, Вася стал изучать интерференцию отраженных лучей, падающих по нормали к поверхности. Считая интенсивности всех трех отраженных лучей равными, сформулируйте критерии интерференционных минимумов. **(7 баллов)**
2. Приведите пример толщин d_1 , d_2 , при которых наблюдается минимум для длины волны $l = 1200$ нм, если $n_1 = 1.6$, а $n_2 = 2$. **(3 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 1. Двойная нанопленка

Учитывая разность хода волн, зависимость напряженности электрического поля можно для каждого из трех лучей выразить как:

$$E_1 = E_0 \cos(\omega t) \quad (1)$$

$$E_2 = E_0 \cos(\omega t - \alpha) \quad (1)$$

$$E_3 = E_0 \cos(\omega t - \alpha - \beta) \quad (2)$$

при этом:

$$\alpha = \frac{2\pi n_1 d_1}{\lambda} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{2\pi n_2 d_2}{\lambda} \quad (4)$$

Таким образом, суммарная напряженность E будет равна:

$$E = E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos(\omega t - \alpha) + E_0 \cos(\omega t - \alpha - \beta) \quad (5)$$

$$E = E_0 (\cos(\omega t) + \cos(\omega t) \cos \alpha + \sin(\omega t) \sin \alpha + \cos(\omega t) \cos(\alpha + \beta) + \sin(\omega t) \sin(\alpha + \beta)) \quad (6)$$

$$E = E_0 (\cos(\omega t) (1 + \cos \alpha + \cos(\alpha + \beta)) + \sin(\omega t) (\sin \alpha + \sin(\alpha + \beta))) \quad (7)$$

Для того, чтобы привести к формуле косинуса суммы, вычислим сумму квадратов коэффициентов при \cos и $\sin \omega t$:

$$\Sigma = (1 + \cos \alpha + \cos(\alpha + \beta))^2 + (\sin \alpha + \sin(\alpha + \beta))^2 = 1 + \cos^2 \alpha + \cos^2(\alpha + \beta) + 2\cos \alpha + 2\cos(\alpha + \beta) + 2\cos \alpha \cos(\alpha + \beta) + \sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + \beta) + 2\sin \alpha \sin(\alpha + \beta) \quad (8)$$

Учитывая основное тригонометрическое тождество и формулу для косинуса разности, получаем

$$\Sigma = 3 + 2\cos \alpha + 2\cos(\alpha + \beta) + 2[\cos \alpha \cos(\alpha + \beta) + \sin \alpha \sin(\alpha + \beta)] = 3 + 2\cos \alpha + 2\cos(\alpha + \beta) + 2\cos \beta \quad (9)$$

Далее используем формулу для косинуса двойного угла ($a + b$) и формулу для суммы косинусов:

$$\begin{aligned}
 \Sigma &= 3 + 2\cos\alpha + 2\cos\beta + 4\cos^2\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) - 2 = \\
 &1 + 4\cos^2\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) + 4\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \\
 &1 + 4\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\left(\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)\right) = \\
 &1 + 8\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{10}$$

С учетом полученного тождества выражение для напряженности поля примет вид:

$$E = E_0\sqrt{\Sigma}\cos(\omega t + \phi_0), \tag{11}$$

где ϕ_0 – сдвиг фаз. Отсюда амплитуда интенсивности отраженного луча будет равна:

$$I = I_0\Sigma \tag{12}$$

Очевидно, что критерием минимума является равенство нулю Σ :

$$\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2} = -\frac{1}{8} \tag{13}$$

Критерий выполняется, например, в случае:

$$\begin{aligned}
 \frac{\alpha}{2} = \frac{\beta}{2} &= -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z \\
 \alpha = \beta &= -2\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z
 \end{aligned} \tag{14}$$

Подставляя значения для сдвигов по фазе:

$$2\pi n_1 \frac{d_1}{\lambda} = 2\pi n_2 \frac{d_2}{\lambda} = 4\frac{\pi}{3} \tag{15}$$

$$n_1 d_1 = n_2 d_2 = 2\frac{\lambda}{3} = 800 \text{ нм} \tag{16}$$

Отсюда $d_1 = 500$ нм, $d_2 = 400$ нм.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 2. Покрытия для солнечных элементов



Для создания дешевых солнечных элементов используется технология осаждения из газовой фазы тонких (порядка сотен нм) плёнок аморфного кремния. Для получения пленок, легированных бором (В), используют осаждение из смеси газов моносилана SiH_4 и диборана B_2H_6 после термического разложения газов. Для получения контролируемой концентрации примеси, получают смесь газов в нужной пропорции. Для этого газы напускают в камеру, где происходит осаждение, из двух сосудов одинакового объема. В первом содержится силан при давлении $P_1 = 10^5$ Па и температуре $T_1 = 200^\circ\text{C}$, а во втором диборан при некотором давлении P_2 и температуре $T_2 = 20^\circ\text{C}$.

1. Каким должно быть давление P_2 , чтобы концентрация примеси в пленке аморфного кремния составляла $n = 10^{19} \text{ см}^{-3}$? (5 баллов)
2. Какой объем газа силана потребуется пропустить через сосуд с $P_1 = 10^5$ Па и $T_1 = 200^\circ\text{C}$ для того, чтобы выросла плёнка аморфного кремния, толщиной $d = 10$ нм и площадью $S = 10 \text{ мм}^2$? (5 баллов)

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 2. Покрyтия для солнечных элементов

1. В 1 см^3 аморфного кремния содержится $5 \cdot 10^{22}$ атомов. Атомов примеси – 10^{19} , т. е. в 5000 раз меньше. С учетом того, что при термическом разложении силана $\text{SiH}_4 \xrightarrow{600-700^\circ\text{C}} \text{Si} + 2\text{H}_2$ из одной молекулы газа образуется один атом кремния, а при термическом разложении диборана $\text{B}_2\text{H}_6 \xrightarrow{300-550^\circ\text{C}} 2\text{B} + 3\text{H}_2$ из одной молекулы диборана образуются два атома бора, следует, что молекул силана больше в 10^4 раз.

Из уравнения идеального газа $P = nkT$ следует, что

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{P_1 T_2}{P_2 T_1} = 10^4, \quad P_2 = \frac{P_1 T_2}{10^4 T_1} = \frac{10^5 \text{Па} (273 + 20)}{10^4 (273 + 200)} \approx 6,2 \text{ Па}$$

2. Объем газа найдем из основного уравнения идеального газа $V = \frac{\nu RT_1}{P_1}$.

Количество вещества будет тем же, что и в плёнке аморфного кремния:

$$\nu = \frac{N_{a-si}}{N_A} = \frac{\rho V}{N_A m_0} = \frac{\rho S d}{N_A m_0} = \frac{4,9 \cdot 10^{22} \text{см}^{-3} \cdot 10^{-7} \text{см}^3}{6,0 \cdot 10^{23}} \approx 8 \cdot 10^{-9} \text{ моль}$$

$$V = \frac{\nu RT_1}{P_1} = \frac{8 \cdot 10^{-9} \text{ моль} \cdot 8,3 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \cdot 473 \text{К}}{10^5 \text{Па}} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}^3 = 0,3 \text{ мм}^3 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 3. Магнетронное напыление

Магнетронное напыление – способ нанесения тонких пленок. Метод заключается в бомбардировке мишени ионами инертных газов в скрещенных электрических и магнитных полях. Вынесенное вещество осаждается на подложке тонким слоем – от нескольких единиц нанометров и более. Поверхность мишени, расположенная между местами входа и выхода силовых линий магнитного поля, интенсивно распыляется и имеет вид замкнутой дорожки, геометрия которой определяется формой полюсов магнитной системы.

При подаче постоянного напряжения между мишенью (отрицательный потенциал) и анодом (положительный или нулевой потенциал) возникает электрическое поле и возбуждается тлеющий разряд. Наличие замкнутого магнитного поля у распыляемой поверхности мишени позволяет локализовать плазму разряда непосредственно у мишени.

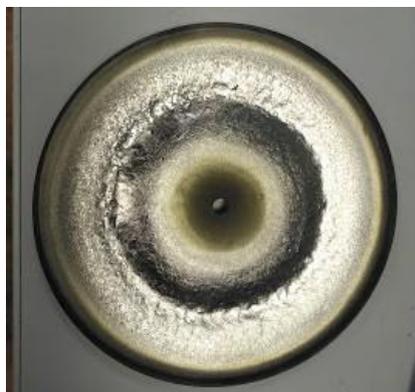


Рис. 1. Мишень после распыления. Вид сверху.

1. Полагая электрическое поле однородным и перпендикулярным поверхности, а магнитное – направленным по радиусу (см. рис. 2), оценить высоту слоя, в котором будут локализованы электроны, движущиеся в скрещенных полях. Считать, что электрон имеет нулевую начальную скорость и находится у поверхности. $E = 100$ В, $B = 0.001$ Тл. **(5 баллов)**
2. Какова будет траектория электрона? **(4 балла)**
3. В какой области будут локализованы ионы аргона? **(1 балл)**

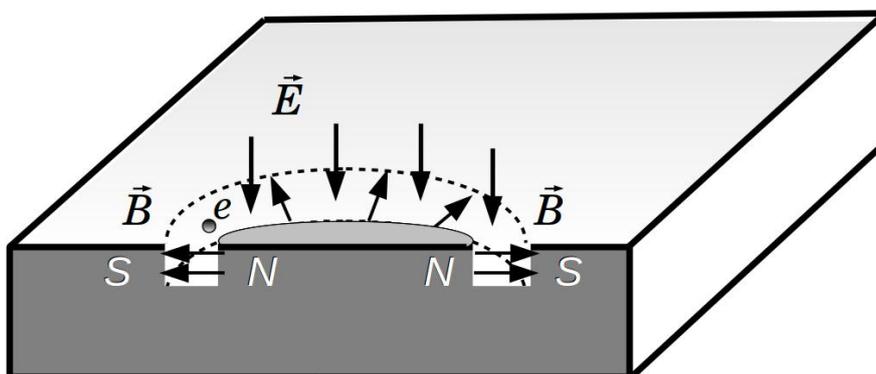


Рис. 2.

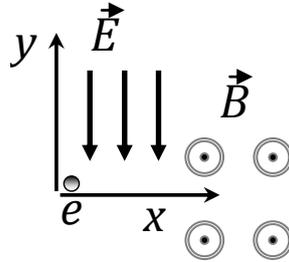
Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Решение задачи 3. Магнетронное напыление

1. Чтобы найти траекторию движения, запишем 2-й закон Ньютона в проекции на оси X Y. (Ось Z сонаправлена магнитному полю, Y перпендикулярна мишени и противоположна электрическому полю).



Ниже учтено, что электрон имеет отрицательный заряд.

$$\begin{aligned} m\dot{v}_x &= ev_y B_z \\ m\dot{v}_y &= -ev_x B_z + eE \end{aligned}$$

откуда приходим к уравнению колебаний для v_y с начальными условиями:

$$\begin{aligned} \ddot{v}_y &= \frac{-e^2 B_z^2}{m^2} v_y \\ v_y(0) &= 0 \\ \dot{v}_y(0) &= \frac{eE}{m} \\ v_x(0) &= 0 \\ \dot{v}_x(0) &= 0 \end{aligned}$$

Откуда получим:

$$\begin{aligned} v_x &= v_0(1 - \cos(\omega_0 t)) \\ v_y &= v_0(\sin(\omega_0 t)) \end{aligned}, \text{ где } \omega_0 = \frac{eB}{m}, v_0 = \frac{E}{B} \quad \begin{aligned} x(t) &= v_0 t - \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) + x_0 \\ y(t) &= \frac{-v_0}{\omega_0} \cos(\omega_0 t) + y_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(0) &= 0, y(0) = 0 \\ \text{учитывая } x_0 &= 0, y_0 = \frac{v_0}{\omega_0} \end{aligned}$$

2. Движение заряженной частицы в скрещенных полях будет происходить по циклоиде. Плоскость траектории перпендикулярна магнитному полю. Толщина слоя, в котором локализованы электроны, – это наивысшая точка циклоиды:

$$\Delta y = y(T/2) = \frac{v_0}{\omega_0} \left(1 - \cos\left(\frac{\omega_0 T}{2}\right) \right) = \frac{2v_0}{\omega_0} \approx 1 \text{ мм}$$

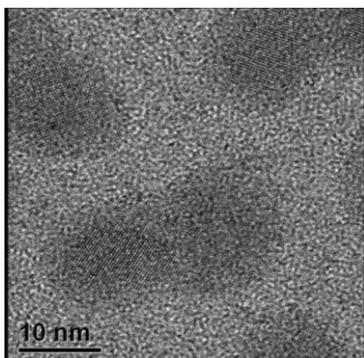
3. Масса ионов аргона на несколько порядков больше, поэтому в масштабах магнетронной установки они не будут локализованы, а полетят к мишени.



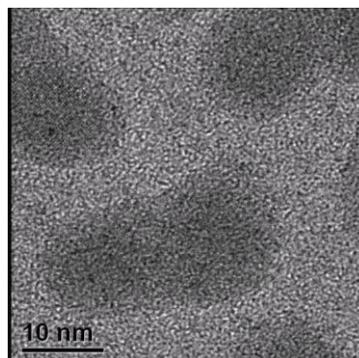
Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 4. Нагрев электронным пучком

При исследовании наночастиц методом просвечивающей электронной микоскопии высокого разрешения (ПЭМ ВР) замечено, что исследуемые образцы нагреваются и плавятся (см.рис.).



Исходный снимок ПЭМ наночастиц.



Снимок ПЭМ тех же наночастиц, сделанный позже.

1. Оцените энергию электронов в пучке просвечивающего микроскопа, необходимую для разрешения атомов в кристаллической решетке? Ответ приведите в электронвольтах. Каким условием определяется эта энергия? **(3 балла)**
2. Часть электронов из пучка в микроскопе высокого разрешения, пройдя сквозь частицу индия диаметром 20 нм, рассеивается, теряя энергию. Чему равна минимальная энергия одного электрона, прошедшего через частицу индия, если в момент прохождения приемник рентгеновского излучения зарегистрировал квант характеристического излучения индия $K_{\alpha 1}$ $E_1 = 24.2$ кэВ, а частица расплавилась? Известно, что при прохождении через частицу электрон потерял половину своей энергии. Вторичные электроны не зарегистрированы. Первоначальная температура частицы 20°C . При расчетах использовать справочные данные для макроскопического индия. **(7 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Решение задачи 4. Нагрев электронным пучком

1. Для того, чтобы разрешать отдельные атомы, необходимо, чтобы длина волны де Бройля была меньше межатомного расстояния. Межатомное расстояние имеет порядок единиц ангстрем. Поэтому $\lambda \leq 0,1 \text{ \AA}$.

Длина волны

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E}}$$

Энергия

$$E = \frac{h^2}{2m_e \lambda^2} = \frac{6^2 \cdot 10^{-68} \text{ Дж}^2 \text{ с}^2}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 10^{-22} \text{ м}^2} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} \approx 10 \text{ кэВ}$$

На практике энергия в ПЭМ достигает 100 кэВ.

2. Энергия, которую электрон потратил, пошла на возбуждение атома с последующим испусканием рентгеновского кванта. Избыточная энергия выбитого электрона (т. к. вторичных электронов не было зарегистрировано, то он остался в нанокристалле) была передана кристаллической решетке, и пошла на нагрев с плавлением.

$$\begin{aligned} Q &= E_{K\alpha 1} + cv\Delta t + \lambda v = \\ &= 24,2 \text{ кэВ} + \left(26,7 \frac{\text{Дж}}{\text{Кмоль}} \cdot 136 \text{ К} + 3,24 \frac{\text{кДж}}{\text{моль}} \right) \frac{7,3 \frac{\text{Г}}{\text{см}^3} \frac{4\pi}{3} 10^{-18} \text{ см}^3}{114 \frac{\text{Г}}{\text{моль}}} = 35,7 \text{ кэВ} \end{aligned}$$

Энергия одного электрона в 2 раза больше Q и равна 71,4 кэВ.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 5. Наноспутники



Согласно принятой классификации малых космических аппаратов, наноспутником называется аппарат массой от 1 до 10 кг. С появлением и развитием концепции таких малых спутников появилось новое направление в современном ракетостроении – разработка микроракет, предназначенных для вывода на низкую околоземную орбиту (НОО) относительно небольшой полезной нагрузки (десятки и сотни килограммов).

Пусть микроракета «Заря» была спроектирована на выведение максимальной полезной нагрузки в 180 кг на круговую НОО с высотой над поверхностью Земли равной $1/20$ от ее среднего радиуса. Оцените, какое максимальное количество наноспутников массой 8 кг каждый сможет вывести такая микроракета на круговую НОО с вдвое большей высотой орбиты? При расчетах ракету считать одноступенчатой с собственной массой 1320 кг (без топлива), а расход топлива при выходе на заданную орбиту – полным.

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур) Решение задачи 5. Наноспутники

Воспользуемся законом сохранения энергии. Микроракета совершает полезную работу, используя внутреннюю энергию топлива. Эта полезная работа преобразуется в выигрыш в полной механической (кинетической и потенциальной) энергии самой ракеты и выводимого ей на орбиту груза по сравнению со значением этой энергии у поверхности Земли. В системе отсчета, связанной с Землей, примем за ноль потенциальной энергии $E_{\text{пот}}$ точку, расположенную на бесконечном удалении от Земли, т.е. для тела массы m справедливо: $E_{\text{пот}}(r) = -\frac{mgR^2}{r}$, где R – средний радиус Земли. Тогда, учитывая отсутствие начальной кинетической энергии у груза массы m и ракеты массы M с запасом топлива ΔM , прирост их совокупной механической энергии при выходе на орбиту с радиусом r (он отсчитывается от центра Земли) составит:

$$\Delta E = E_{\text{кон}}(r) - E_{\text{нач}}(R) = \frac{(m + M)v^2}{2} - \frac{(m + M)gR^2}{r} + (m + M + \Delta M)gR$$

где учтено, что начальная энергия системы груз+ракета+топливо у поверхности Земли ($r = R$) равна:

$$-(m + M + \Delta M)gR$$

Поскольку орбита является круговой, конечная скорость груза и ракеты v будет определяться только радиусом орбиты: $v^2 = \frac{gR^2}{r}$. Тогда:

$$\Delta E = -\frac{(m + M)gR^2}{2r} + (m + M + \Delta M)gR$$

Приравнявая этот выигрыш для двух грузов различной массы $m_1 = 180$ кг и m_2 (суммарная масса наноспутников), выводимых на орбиты с радиусами r_1 и r_2 , соответственно, получаем:

$$-\frac{(m_1 + M)gR^2}{2r_1} + (m_1 + M + \Delta M)gR = -\frac{(m_2 + M)gR^2}{2r_2} + (m_2 + M + \Delta M)gR$$

Подставляя $r_1 = R + \frac{R}{20}$ и $r_2 = R + \frac{R}{10}$ и упрощая, получаем:

$$\frac{11}{21}m_1 = \frac{6}{11}m_2 + \frac{5}{231}M$$

Откуда, подставляя $m_1 = 180$ кг и $M = 1320$ кг, получаем $m_2 \approx 120$ кг. Таким образом, микроракета может вывести на орбиту с радиусом r_2 максимум 15 наноспутников массой по 8 кг.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 6. Дифракция на нанокристаллах

Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах была открыта в 1912 году немецкими учеными под руководством Макса Лауэ. Это открытие доказало волновую природу рентгеновских лучей, так как оказалось, что для объяснения этого явления можно рассматривать кристалл как трехмерную дифракционную решетку. На рисунке 1 показана фотопластинка с рентгенограммой (темные области – рефлексы – соответствуют зонам концентрации рентгеновского излучения), полученной от тонкого образца монокристалла некоторого вещества (сориентированного нужным образом) при его облучении узким пучком рентгеновских лучей. Известно, что расстояние от образца до фотопластинки, расположенной перпендикулярно направлению распространения пучка (см. рис. 2), составляло $L = 10$ см, расстояние от центра рентгенограммы (ось пучка) до каждого из точечных рефлексов равно $h = 7.4$ см, а длина волны рентгеновских лучей $\lambda = 0.154$ нм.

1. Определить межплоскостное расстояние в кристалле d , соответствующее наблюдаемым точечным рефлексам. **(5 баллов)**
2. Как изменится рентгенограмма, если на пути пучка установить не монокристалл, а тонкую пленку, содержащую разупорядоченные нанокристаллы из того же материала? **(5 баллов)**

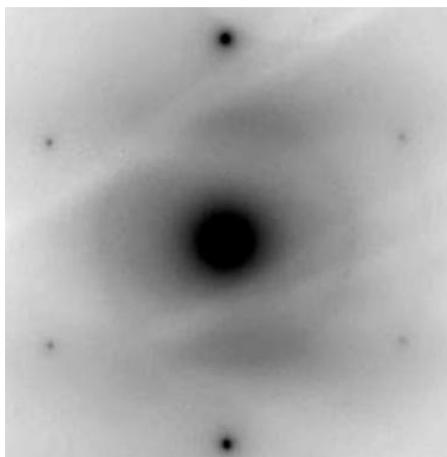


Рис. 1

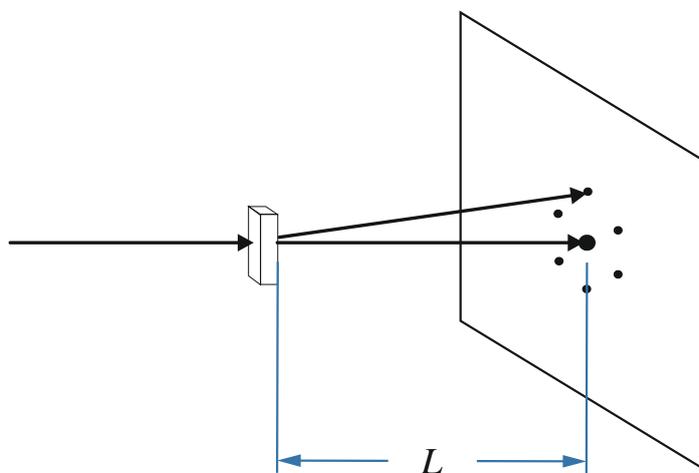


Рис. 2

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 6. Дифракция на нанокристаллах

1. Сложность в том, как правильно определить угол дифракции. Угол между двумя векторами на рисунке 2 – это удвоенный угол дифракции 2θ , в то время как в условии Вульфа-Брэггов входит именно угол дифракции θ :

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

Полагая порядок дифракции $n = 1$ (т.к. ближе к оси пучка других рефлексов нет), получаем для межплоскостного расстояния:

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{\lambda}{2 \sin \left(\frac{1}{2} \arctg \frac{h}{L} \right)} \approx 0.25 \text{ нм}$$

2. Так как нанокристаллы в пленке разупорядочены, т.е. не имеют определенной ориентации, то вместо точечных рефлексов будут наблюдаться темные дифракционные кольца радиуса h .



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур) Задача 7. Фотоэлектронная спектроскопия наноматериалов

Одним из методов диагностики структуры материалов является рентгеновская фотоэлектронная спектроскопия (РФЭС). Этот метод позволяет получать информацию о составе и характере взаимодействия атомов в тонком приповерхностном слое исследуемого образца. Анализируемая глубина составляет обычно не более 5 нм, что позволяет эффективно применять РФЭС для исследования наноструктурированных материалов. Под действием рентгеновского излучения атомы вещества эмитируют фотоэлектроны, распределение которых по их кинетическим энергиям представляет собой фотоэлектронный спектр. Из полученных спектров можно определить энергию связи внутренних (остовных) электронов, зависящую как от заряда ядра атомов (порядкового номера элемента), так и от их степени окисления, что позволяет определять не только элементный состав образца, но и характер химических связей между атомами. Дополнительно для изучения распределения атомов по глубине образца может применяться ионное травление, которое позволяет, в том числе, избавиться от возможных загрязнений исследуемой поверхности или присутствующих на ней чужеродных пленок.

1. В эксперименте методом РФЭС исследовалась тонкая пленка, содержащая распределенные в слое диоксида кремния нанокристаллы кремния, покрытая сверху дополнительным защитным слоем стехиометрического диоксида кремния. Пользуясь полученными при исследовании поверхностного слоя SiO_2 спектрами РФЭС (см. рис. 1), оценить энергию связи электронов Si 2p-уровней, если известно, что энергия связи электронов O 1s-уровней составляет ~ 533 эВ. **(5 баллов)**
2. После стравливания поверхностного слоя SiO_2 ионным пучком и измерения спектра РФЭС исследуемой пленки с нанокристаллами кремния в области энергий Si 2p фотоэлектронов было замечено, что в спектре появился дополнительный пик с энергией около 1387 эВ (см. рис. 2). Объяснить наблюдаемое качественное изменение спектра. **(5 баллов)**

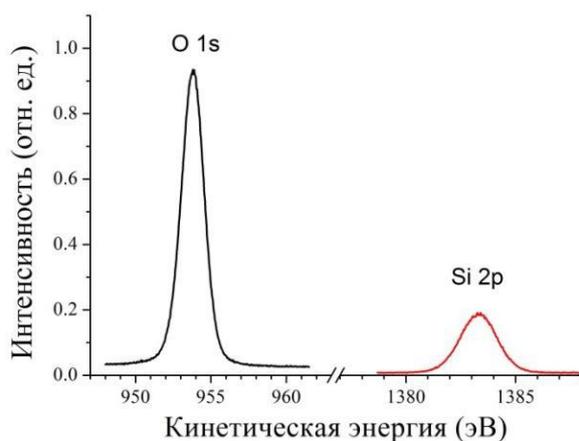


Рис. 1

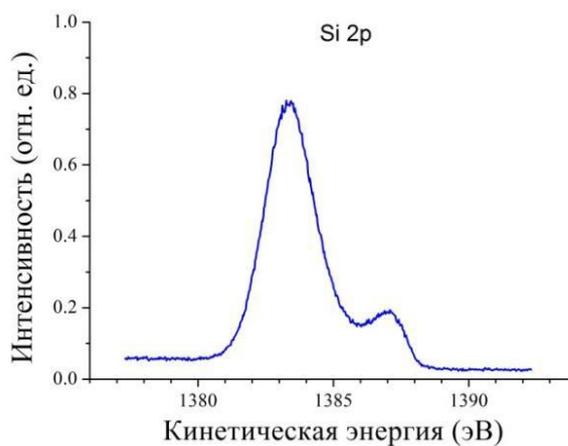


Рис. 2

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Решение задачи 7. Фотоэлектронная спектроскопия наноматериалов

1. Принцип, лежащий в основе метода РФЭС, – явление фотоэффекта, т.е. выбивание электронов из поверхностного слоя вещества под действием падающих квантов электромагнитного излучения. Энергию связи эмитированных фотоэлектронов определяют из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = E_{\text{связи}} + E_{\text{кин}}$$

На рис. 1 имеем два пика с энергиями около 954 эВ ($E_{\text{кин}}^{\text{O}1s}$) и 1383.5 эВ ($E_{\text{кин}}^{\text{Si}2p}$). Исходя из того, что оба пика получены в одном эксперименте, т.е. при одной и той же энергии квантов $h\nu$, получаем выражение для энергии связи электронов Si 2p-уровней:

$$E_{\text{связи}}^{\text{Si}2p} = E_{\text{связи}}^{\text{O}1s} + E_{\text{кин}}^{\text{O}1s} - E_{\text{кин}}^{\text{Si}2p} \approx 533 + 954 - 1383.5 = 103.5 \text{ эВ}$$

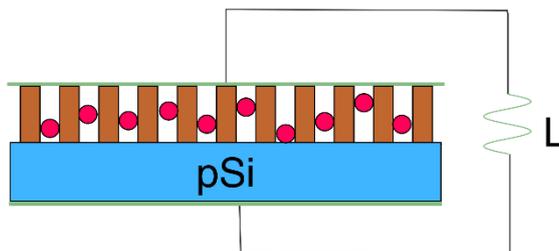
Таким образом, наблюдаемые в РФЭС спектрах на рис. 1 пики соответствуют атомам Si и O, связанным между собой ковалентной полярной связью в диоксиде кремния.

2. Появление дополнительного пика в РФЭС спектре исследуемой пленки с нанокристаллами кремния в области энергий Si 2p-уровней (около 1387 эВ, см. рис. 2) можно объяснить вкладом электронов, вырванных из внутренних оболочек атомов Si, входящих в состав нанокристаллов кремния, т.е. образующих ковалентную неполярную Si-Si связь. Различный характер Si-O и Si-Si связей и обуславливает наблюдаемый относительный сдвиг соответствующих максимумов в фотоэлектронных спектрах. При этом основной пик в спектре на рис. 2 соответствует атомам кремния, входящим в окружающий нанокристаллы слой SiO₂, что следует из совпадения энергии его максимума с максимумом Si 2p пика РФЭС спектра на рис. 1 (~ 1383.5 эВ).



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 8. Наносенсор на вирусы



Юный изобретатель Саша предложил схему наносенсора, чувствительного на вирусы. Сенсор представляет из себя двухслойную структуру: нижний слой – пористый кремний pSi (пористость $P = 50\%$, размер пор – 5 нм) толщиной $d_1 = 100$ мкм, верхний – слой пористых нанонитей диаметром 200 нм и толщиной $d_2 = 500$ нм (эффективная пористость для всего слоя – 25%), который и является чувствительным.

1. Почему чувствительным является только верхний слой? **(1 балл)** Каким образом можно обеспечить селективность такого сенсора? **(2 балла)**

Сверху и снизу на сенсор напылены сеточные металлические контакты и подсоединены к катушке с индуктивностью $L = 0.5$ мкГн.

2. Насколько изменится частота колебаний контура после того, как на поверхности элемента высушить 100 мкл вирусной суспензии с концентрацией вирусных частиц 10^6 мл⁻¹? **(7 баллов)** Площадь сенсора $S = 1$ см², радиус вируса $r = 50$ нм, его диэлектрическая проницаемость, $\epsilon_v = 75$.

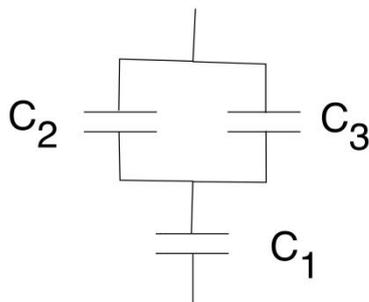
Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Решение задачи 8. Наносенсор на вирусы

1. Чувствительным является только верхний слой, причем его крупные поры, т.к. только туда могут попасть вирусные частицы. Малые поры диаметром 5 нм не позволяют вирусам проникать внутрь нижнего слоя, поэтому он нечувствительный. Для того, чтобы сделать сенсор селективным к определенным видам вирусов, можно, например, иммобилизовать (присоединить к поверхности) специальные антитела – биологические молекулы которые будут связываться с рецепторами определенных вирусов.
2. Рассмотрим сенсорный элемент как три конденсатора: параллельно соединенные, которые соответствуют кремниевому (C_2) и воздушному (C_3) верхним слоям, в свою очередь последовательно соединенные с нижним слоем (C_1).



При адсорбции вирусов изменяется только C_3 . Диэлектрическую проницаемость для C_1 и C_2 примем равной $(12 + 1) / 2 = 6.5$, учитывая, что для кристаллического кремния данная величина равна 12. Теперь рассчитаем общую емкость всего сенсорного элемента:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}. \quad (1)$$

Емкости каждого конденсатора определяются по формуле для плоского конденсатора:

$$C_{1,2,3} = \epsilon_{1,2,3} \epsilon_0 \frac{S}{d_{1,2,3}}. \quad (2)$$

После адсорбции вирусов емкость C_3 изменится на C'_3 , соответственно и общая емкость будет C' вместо C . Найдем отношение:

$$\frac{C}{C'} = \frac{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C'_3}} = \frac{(C_2 + C_3)(C_2 + C'_3) + C_1(C_2 + C'_3)}{(C_2 + C_3)(C_2 + C'_3) + C_1(C_2 + C_3)} \quad (3)$$

$$\frac{C}{C'} = \frac{(C_2 + C_3)(C_2 + C_3') + C_1(C_2 + C_3' + C_3 - C_3)}{(C_2 + C_3)(C_2 + C_3') + C_1(C_2 + C_3)} = 1 + \frac{C_1(C_3' - C_3)}{(C_2 + C_3)(C_2 + C_3') + C_1(C_2 + C_3)} \quad (4)$$

Допустим, что C_3' близко к C_3 (позже увидим, что это действительно так), а также, что $C_1 \ll C_2, C_3$. Тогда выражение упростится:

$$\frac{C}{C'} = 1 + \frac{C_1(C_3' - C_3)}{(C_2 + C_3)^2} = 1 + \frac{C_1 \Delta C_3}{(C_2 + C_3)^2} \quad (5)$$

где ΔC_3 – разница C_3 до и после адсорбции вирусов. Отсюда относительное изменение общей емкости δC (безразмерная величина):

$$\delta C = \frac{C_1 \Delta C_3}{(C_2 + C_3)^2} \quad (6)$$

Для того, чтобы рассчитать ΔC_3 , найдем суммарный объем вирусов в капле:

$$V = V_{drop} \cdot C \frac{4}{3} \pi r^3 = 0.1 \cdot 10^6 \cdot 4.2 \cdot (5 \cdot 10^{-8})^3 = 5.2 \cdot 10^{-17} \text{ м}^3 \quad (7)$$

Объем пор (крупных, доступных для вирусов) составляет:

$$V_0 = d_2 S P = 0.5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-4} \cdot 0.5 = 2.5 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3 \quad (8)$$

Таким образом, домножая фактор заполнения (отношение объемов) на диэлектрическую проницаемость самих вирусов, получим:

$$\Delta C_3 = \epsilon_0 \frac{S}{d_2} \frac{V}{V_0} \epsilon_v = \epsilon_0 S \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 75}{0.5 \cdot 10^{-6}} = \epsilon_0 S \cdot 3 \quad (9)$$

Найдем также выражения для C_1, C_2 и C_3 .

$$C_1 = \epsilon_0 S \frac{6.5}{10^{-4}} = \epsilon_0 S \cdot 6.5 \cdot 10^4. \quad (10)$$

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{25} \frac{6.5}{10^{-7}} = \epsilon_0 S \cdot 6.5 \cdot 10^6. \quad (11)$$

$$C_3 = \epsilon_0 \frac{S}{25} \frac{1}{10^{-7}} = \epsilon_0 S \cdot 10^6. \quad (12)$$

Отсюда δC :

$$\delta C = \frac{6.5 \cdot 10^4 \cdot 3}{(7.5 \cdot 10^6)^2} = 3.5 \cdot 10^{-9} \quad (13)$$

Частота колебательного контура будет определяться наименьшей емкостью из последовательно включенных, т.е. C_1 . Таким образом:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \frac{1}{6.3\sqrt{0.5 \cdot 10^{-6} \cdot 6.5 \cdot 10^4 \cdot 8.82 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-4}}} =$$

$$= \frac{1}{6.3 \cdot 5.3 \cdot 10^{-9}} = 3 \cdot 10^7 = 30 \text{ МГц} \quad (14)$$

Измерение частоты будет связано с изменением δC , которое в силу малости и извлечения корня будет умножаться на 0.5:

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}, \quad x \ll 1 \quad (15)$$

Отсюда искомое изменение частоты:

$$\delta f = f \frac{\delta C}{2} = 5.25 \cdot 10^{-2} \text{ Гц.} \quad (16)$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 9. Из крайности в крайность



диффузия Кнудсена



вязкое течение

Известно, что механизм диффузии газов через пористые среды во многом обусловлен числом Кнудсена Kn , которое равно отношению длины свободного пробега молекул этого газа λ к диаметру пор d . Так, при $Kn \ll 1$ реализуется вязкое течение газа в порах, а при $Kn \gg 1$ – кнудсеновская диффузия. Принципиальное отличие этих двух механизмов состоит в том, что вязкий поток газа представляет собой движение сжимаемой сплошной среды, а в случае кнудсеновской диффузии молекулы проникают через пористую среду как изолированные частицы. Вязкий поток газа задаётся выражением:

$$J_p = \frac{\pi d^4}{128\eta} \cdot \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{P_1 + P_2}{2P_2},$$

где η – динамическая вязкость газа, P_1 – давление на входе в пору, P_2 – давление на выходе из поры, L – длина пор. Кнудсеновский поток газа через единицу площади мембраны можно рассчитать по формуле:

$$J_{Kn} = \frac{2dV_m}{3L} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi MRT}} \cdot \Delta P,$$

где V_m – молярный объём, M – молярная масса газа, R – универсальная газовая постоянная, T – температура.

1. На основе представленных данных оцените наибольший диаметр пор, для которых ещё может наблюдаться ощутимый вклад Кнудсеновской диффузии при пропускании азота под давлением 1 атм и при температуре 27 °С. Диаметр молекулы азота равен 0.37 нм. **(4 балла)**
2. Представьте, что для экспериментов доступны мембраны трёх видов со средним диаметром пор 10 нм, 50 нм и 100 нм. Какую из них следует выбрать для более эффективного разделения смеси N_2 ($d = 0.37$ нм, $\eta = 1778$ Па·с) и He ($d = 0.256$ нм, $\eta = 1968$ Па·с), взятых в мольном соотношении 1:1 при давлении 1 атм? Ответ обоснуйте. Каким при этом в идеале будет мольное соотношение газов в смеси, прошедшей через мембрану? **(6 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 9. Из крайности в крайность

1. Длина свободного пробега молекул газа определяется по формуле

$$\lambda = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n},$$

где n – концентрация молекул газа, r – их радиус. Концентрацию молекул газа можно рассчитать согласно молекулярно-кинетической теории: $P = nkT$, где P – давление, n – концентрация, k – постоянная Больцмана, T – температура. Отсюда получаем, что при заданных условиях

$$n = \frac{101325 \text{ Па}}{1.6 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 300\text{К}} = 2.11 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{м}^3}.$$

Теперь можно определить длину свободного пробега молекул азота:

$$\lambda = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi \cdot (0.17 \cdot 10^{-9} \text{ м})^2 \cdot 2.11 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{м}^3}} = 9.2 \cdot 10^{-8} \text{ м} = 92 \text{ нм}$$

Из условия следует, что с ростом числа Кнудсена увеличивается доля кнудсеновской диффузии, поэтому её вклад будет ощутимым, если Kn по меньшей мере больше 1. Следовательно, $d < \lambda$, или $d < 92$ нм. Таким образом, диаметр пор должен быть меньше 100 нм.

2. Диаметры молекул азота и гелия намного меньше среднего диаметра пор всех предложенных мембран, поэтому разделение газовой смеси, основанное на различиях в размерах молекул, невозможно ни для одного из описанных образцов. Однако разделение можно осуществить, подобрав необходимый механизм диффузии. Вязкий поток селективностью не обладает, так как вязкости N_2 и He довольно близки ($\eta(\text{He}) / \eta(N_2) = 1.11$). Зато кнудсеновский поток зависит от молекулярной массы газа, поэтому для разделения смеси её необходимо пропускать через мембрану в режиме кнудсеновской диффузии, то есть при больших Kn . Так как число Кнудсена обратно пропорционально размеру поры, то следует выбрать мембраны со средним диаметром пор 10 нм.

В идеальном случае мольное соотношение газов определяется отношением потоков в режиме диффузии Кнудсена. Поэтому оно будет равно

$$\frac{v_{\text{He}}}{v_{N_2}} = \frac{J_{Kn, \text{He}}}{J_{Kn, N_2}} = \frac{\frac{2dV_m}{3L} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi M_{\text{He}} RT}} \cdot \Delta P}{\frac{2dV_m}{3L} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi M_{N_2} RT}} \cdot \Delta P} = \sqrt{\frac{M_{N_2}}{M_{\text{He}}}} = \sqrt{\frac{0.028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{0.004 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}} = \sqrt{7}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 10. Автостопом на комете

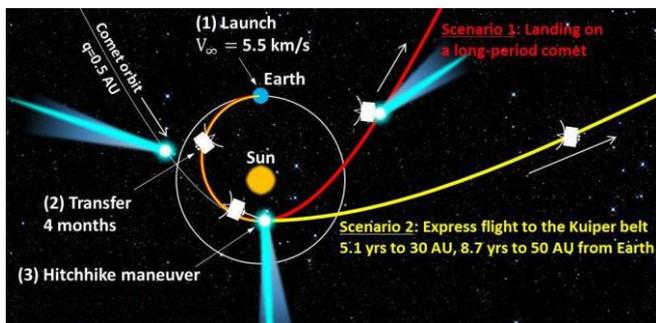


Рис. а



Рис. б

В качестве альтернативы «обычным» ракетным двигателям инженеры NASA предложили использовать для разгона космических кораблей трос, сделанный из углеродных нанотрубок (УНТ). В предложенной схеме космический корабль «ловит» на кончик троса пролетающую мимо с большой скоростью комету, и, разматывая натянутый трос, постепенно увеличивает свою скорость. В нужный момент времени трос отделяется, и разогнавшийся корабль продолжает свое путешествие на окраины Солнечной системы (рис. а).

Оценим эффективность предложенной схемы на простом примере (рис. б).

1. Найдите массу m_{nt} , длину l и толщину d УНТ троса, если
 - масса космического корабля с тросом составляет $m = 1000$ кг;
 - максимальное ускорение, которое может выдержать корабль, составляет $10g$ (в десять раз больше ускорения свободного падения на Земле);
 - кораблю необходимо разогнаться при помощи троса до скорости кометы; ее скорость изначально больше скорости корабля на $\Delta v = 7$ км/с. **(5 баллов)**
2. Сравните, во сколько раз приращение скорости корабля при разгоне УНТ тросом будет отличаться от приращения скорости с использованием реактивного топлива, если массы троса и топлива равны. Для расчета использовать формулу Циолковского*, удельный импульс ракетного двигателя на корабле считать равным 5000 м/с. **(1 балл)**
3. Оцените, какое предельное значение Δv возможно при разгоне корабля с использованием троса из УНТ (т.е. безотносительно суммарной массы корабля и его максимально возможного ускорения). **(4 балла)**

Считать, что:

- трос из УНТ можно для удобства расчетов представить как «рулон» из листа графена той же массы, длины, диаметра и прочности; плотность графена равна 2260 кг/м³, прочность на разрыв – $1,3 \cdot 10^{11}$ Н/м²;
- комета движется параллельно курсу корабля и имеет несоизмеримо большую массу;
- ускорение корабля, «поймавшего» комету, постоянно и равно максимальному;
- растяжением троса можно пренебречь.

*Формула Циолковского определяет скорость, которую развивает летательный аппарат под воздействием тяги ракетного двигателя: $\Delta v = I \cdot \ln(m/m_2)$, где Δv – изменение скорости корабля, I – удельный импульс ракетного двигателя, m – начальная масса корабля с топливом, m_2 – масса корабля, выработавшего топливо.

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Решение задачи 10. Автостопом на комете

1.

- 1) За время $t = \Delta v/a$ от момента «загарпунивания» корабль достигает скорости Δv и проходит расстояние $L_1 = at^2/2 = \Delta v^2/2a$. За это же время комета проходит расстояние $L_2 = \Delta vt = \Delta v^2/a$.

Разность пройденных путей равна длине троса:

$$L = L_1 - L_2 = \Delta v^2/a - \Delta v^2/2a = \Delta v^2/2a$$

$$L = \Delta v^2/2a = 7000^2/(2 \cdot 10 \cdot 9,8) = 250000 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ м} = \underline{\underline{250 \text{ км}}}$$

- 2) Поскольку ускорение корабля постоянно, то сила, ускоряющая корабль, составляет $F = ma$. Необходимо, чтобы трос в момент прикрепления к комете выдерживал эту силу, т.е. $F = \sigma s$. Следовательно, $ma = \sigma s$.

Стоит отметить, что трос имеет две особых точки – точку соприкосновения с кораблем и точку крепления к комете. Силы, действующие на трос в этих точках, при выбранной схеме ускорения со временем станут меньше F (следовательно, не повлияют на выбор толщины троса). В первой точке – из-за разматывания троса и уменьшения массы корабля (т.к. ускорение корабля постоянно); во второй точке – из-за меньшего ускорения точки центра масс системы трос-корабль (т.к. точка центра масс удаляется от движущегося с постоянным ускорением корабля).

$$s = \frac{ma}{\sigma} = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 9,8}{1,3 \cdot 10^{11}} = 7,54 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2$$

$$s = \frac{\pi d^2}{4}, \quad d = \sqrt{\frac{4s}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 7,54 \cdot 10^{-7}}{3,14}} = 9,8 \cdot 10^{-4} \text{ м} \approx \underline{\underline{1 \text{ мм}}}$$

$$m_{nt} = sL\rho = \frac{F}{\sigma} L\rho = \frac{ma}{\sigma} L\rho = \frac{1000 \cdot 10 \cdot 9,8 \cdot 2,5 \cdot 10^5 \cdot 2260}{1,3 \cdot 10^{11}} = \underline{\underline{426 \text{ кг}}}$$

2. По формуле Циолковского

$$\Delta v = I \ln \left(\frac{m}{m_2} \right) = I \ln \left(\frac{m}{m - m_{nt}} \right) = 5000 \cdot \ln \left(\frac{1000}{1000 - 426} \right) = 2,78 \text{ км/с}$$

прирост скорости для такой же массы реактивного топлива в $7/2,78 = \underline{\underline{2,5 \text{ раза меньше}}}$. Трос из нанотрубок заметно превосходит лучшие из ракетных топлив.

3. Из $L = \Delta v^2/2a$ находим

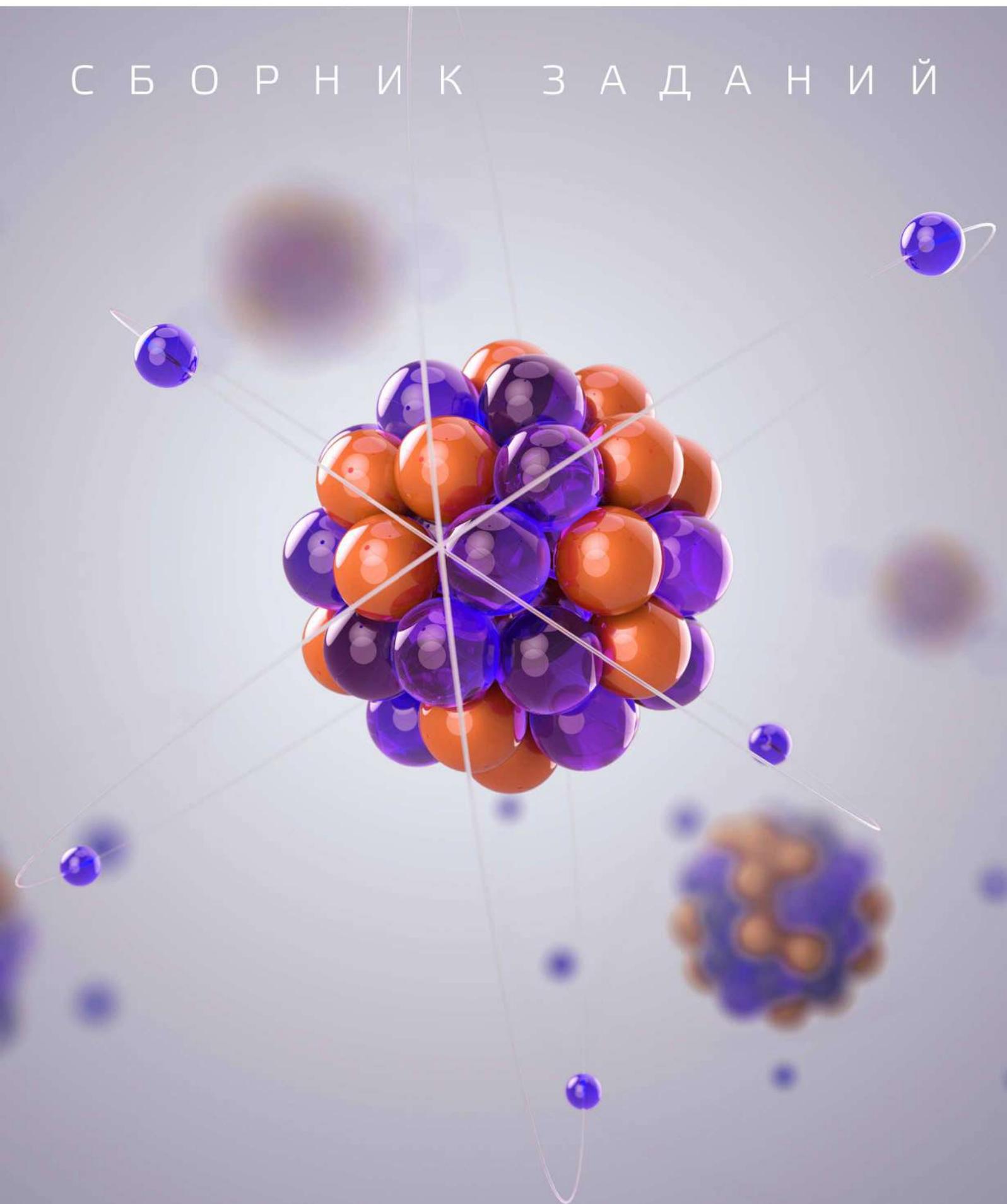
$$\Delta v = \sqrt{2aL} = \sqrt{2L \frac{F}{m + m_{nt}}} = \sqrt{2L \frac{s\sigma}{m + m_{nt}}} = \sqrt{\frac{2m_{nt}\sigma}{\rho(m + m_{nt})}}$$

$$\lim_{\frac{m_{\text{нл}}}{m+m_{\text{нл}}} \rightarrow 1} \Delta v = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,3 \cdot 10^{11}}{2260}} = 10725 \text{ м/с} \approx \underline{\underline{11 \text{ км/с}}}$$

Стоит отметить, что использованная в задаче упрощенная схема ускорения корабля и нагрузки троса не оптимальна (трос только в первый момент времени испытывает натяжение близкое к максимальному). Например, рациональнее было бы использовать трос с уменьшающимся сечением, однако это заметно усложнит расчеты, приводя к качественно близкому решению.



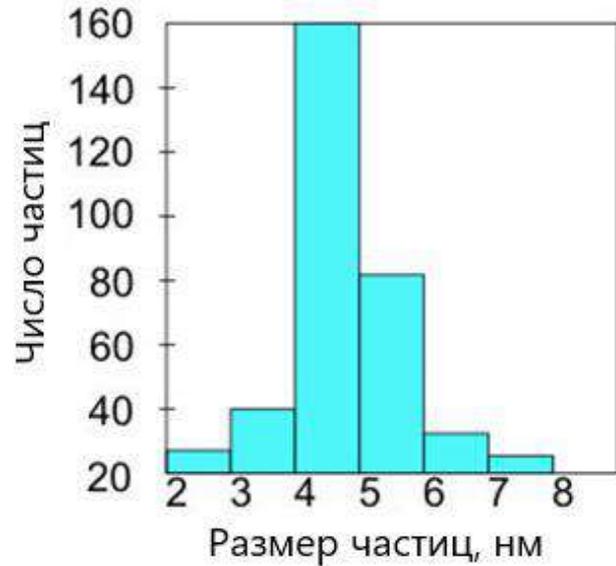
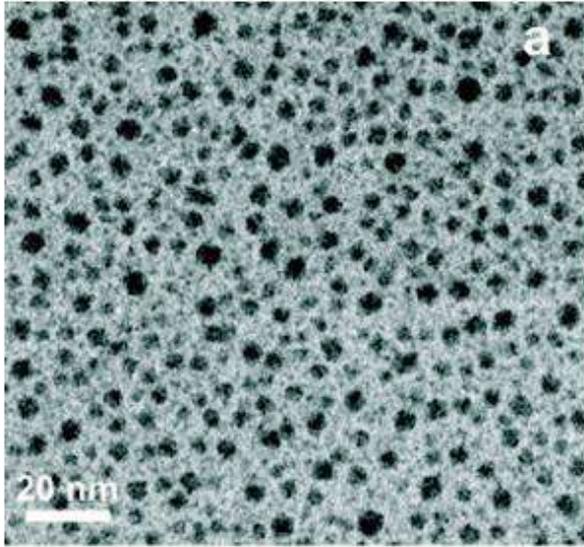
СБОРНИК ЗАДАНИЙ





Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 1. Распыление наночастиц



Для нанесения на подложку массива наночастиц индия экспериментаторы испарили в напылительной вакуумной камере небольшую массу $m = 5$ г индия (In).

Остаточное давление в напылительной камере составляло 10^{-3} мм рт. ст. Давление насыщенных паров In приблизительно описывается формулой

$$\log(p) = 8,18 - \frac{1260}{T},$$

где p — давление в мм рт.ст., T — абсолютная температура. Напряжение, подаваемое на нагревательный элемент $U = 20$ В, а ток протекающий $I = 5$ А.

1. Рассчитайте минимальное время, необходимое для распыления всей массы. Полагать, что энергия передается массе In целиком и мгновенно. **(6 баллов)**

В результате напыления масса индия осела на подложке в виде наночастиц. Далее подложку с наночастицами In использовали для формирования полупроводниковых нанонитей, а металлические наночастицы использовались как центры роста. В процессе формирования полупроводниковых нанонитей выяснилось, что наночастицы In плавятся при температуре около 130 °С.

2. Почему температура уменьшилась? В каком случае изменение температуры плавления наночастиц In может превысить 20%. **Приведите численную оценку. (4 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 1. Распыление наночастиц

1. Чтобы испарить металл, в частности индий, обычно нужно его нагреть до температуры плавления, расплавить, нагреть до температуры кипения и испарить. Но эти рассуждения верны, если процесс происходит при нормальном атмосферном давлении. Известно, что температура кипения зависит от давления над поверхностью жидкости. Кипение наступает, когда давление паров жидкости сравнивается с давлением газа над поверхностью. Оценим температуру, при которой давление паров индия будет равным остаточному давлению:

$$T = \frac{1260}{8,18 + 3,00} = 112,7K$$

т. е. ниже температуры плавления.

Это означает, что расплавленный металл при столь низком давлении начнет кипеть сразу после плавления.

$$Q = cm\Delta T + mr + m\lambda = 0,238 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{К}} 5\text{г}(156 - 25)\text{К} + \frac{\left(3,24 \frac{\text{кДж}}{\text{МОЛЬ}} + 225 \frac{\text{кДж}}{\text{МОЛЬ}}\right) \cdot 5\text{г}}{114 \text{ г/моль}} = 10,16\text{кДж}$$

С другой стороны $Q = U \cdot I \cdot \tau$, откуда

$$\tau = \frac{Q}{U \cdot I} = \frac{10166\text{Дж}}{20\text{В} \cdot 5\text{А}} \approx 100\text{сек}$$

2. Плавление состоит в разрыве связей в кристаллической решетке. У наноструктур достаточно много уже разорванных связей по отношению к неразорванным. Первые находятся на поверхности, вторые – в объеме тела. Это объясняет, почему у наноструктур температура плавления ниже. Меньше связей необходимо разорвать.

Отношение числа связей на поверхности к числу связей в объеме можно грубо выразить следующим образом:

$$\frac{N_{\text{поверхность}}}{N_{\text{объем}}} = \frac{4\pi r^2 / a^2}{\frac{4\pi r^3}{3a^3}} \sim \frac{a}{r},$$

где a — характерное расстояние между атомами.

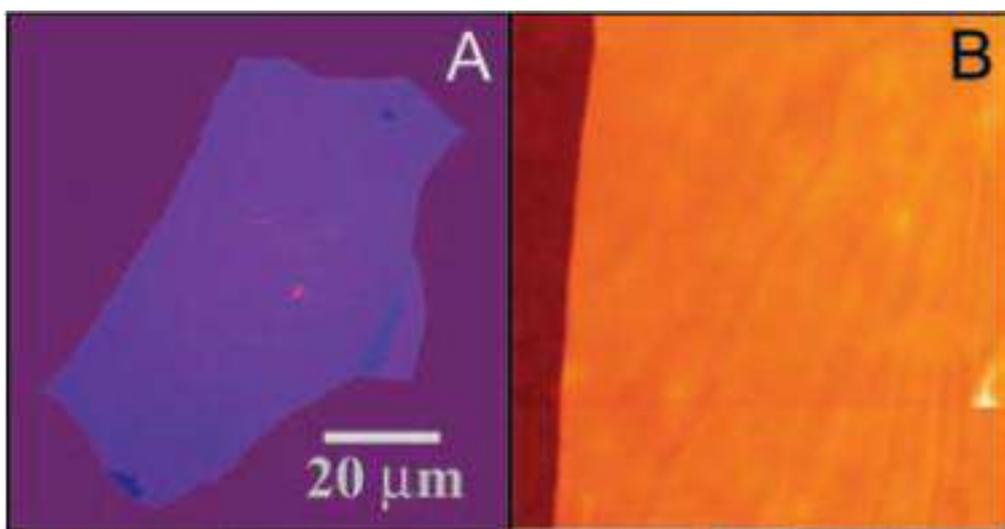
Таким образом, температура плавления может уменьшиться на 20%, когда доля атомов на поверхности будет составлять тот же процент. Или отношение будет равно 1/5. При этом r должно быть равно 2 нм.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 2. Графен под микроскопом

В одной из пионерских статей К.С. Новоселова и А.К. Гейма, опубликованной в журнале Science в 2004 году, описаны уникальные свойства графена. В журнале приведены изображения многослойной пленки графена, находящейся на кремниевой пластине. Верхний слой пластины окислен и представляет из себя слой SiO_2 . На рисунке представлены изображения, полученные в оптическом микроскопе (А) и в атомно-силовом микроскопе (В).



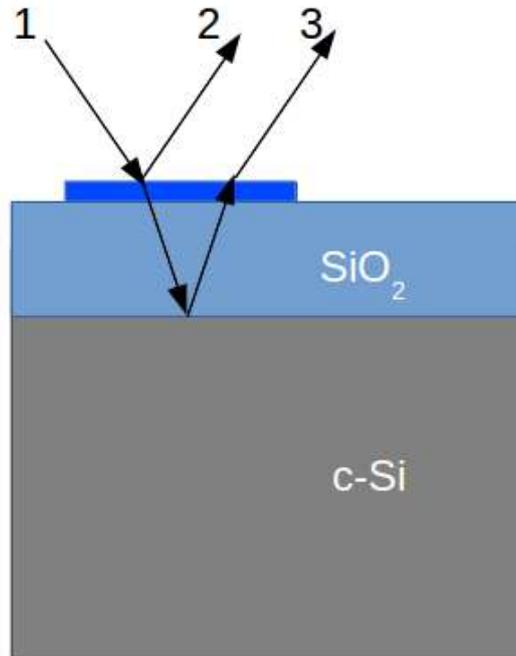
(А) Изображение, полученное в оптическом микроскопе (в белом свете) относительно большой многослойной чешуйки графена толщиной 3 нм поверх окисленной пластины Si.
(В) Изображение, полученное на атомно-силовом микроскопе (АСМ), области размером 2 x 2 мкм этой чешуйки вблизи её края. Цвета: темно-коричневый, поверхность SiO_2 ; оранжевый, высота 3 нм над поверхностью SiO_2 .

1. Как изменились бы изображения чешуйки (А) и (В), если бы она лежала непосредственно на кремниевой пластине? Объясните. **(3 балла)**
2. Какова минимальная толщина слоя оксида, если наблюдается такая картина, как на рис. (А)? **(3 балла)**
3. Почему чешуйка графена на рис. А имеет синий цвет, а слой SiO_2 – фиолетовый? Какую картину можно наблюдать в оптический микроскоп, если чешуйка будет а) в 3 раза толще и б) в 3 раза тоньше? **(4 балла)**

Всего – 10 баллов



**Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
 Решение задачи 2. Графен под микроскопом**



1. Чешуйки будут не видны в оптическом микроскопе, в атомно-силовом микроскопе картина не изменится.
2. Появление характерной фиолетовой окраски у оксидного слоя – результат интерференции света в этом слое. Толстая пленка оксида уже не имеет такой окраски. Лежащая на поверхности чешуйка имеет малую толщину, чтобы свет интерферировал в таком малом слое.

Запишем оптическую разность хода лучей 2 и 3 и приравняем условию минимума:

$$2hn = \frac{m\lambda}{2},$$

т. к. отражение происходит от оптически более плотной среды дважды, то скачок фазы $\lambda/2$ не набегает.

При освещении белым светом будет наблюдаться окрашивание пленки, если выполняется условие минимума при интерференции. Минимальная толщина пленки оксида соответствует $m = 1$, а цвет, являющийся дополнительным к фиолетовому, – желтый. Ему соответствует длина волны $\lambda = 580$ нм.

$$h = \frac{\lambda}{4n} \approx 100 \text{ нм}$$

3. Чешуйка вносит дополнительную разность хода $2h_{\text{Graphene}}n_{\text{Graphene}} \approx 16$ нм.

Это может привести к тому, что минимум будет наблюдаться для длины волны 620 нм, соответствующей оранжевому диапазону видимого излучения.

$$2hn + 2h_{\text{Graphene}}n_{\text{Graphene}} = \frac{\lambda}{2} = 310\text{нм}$$

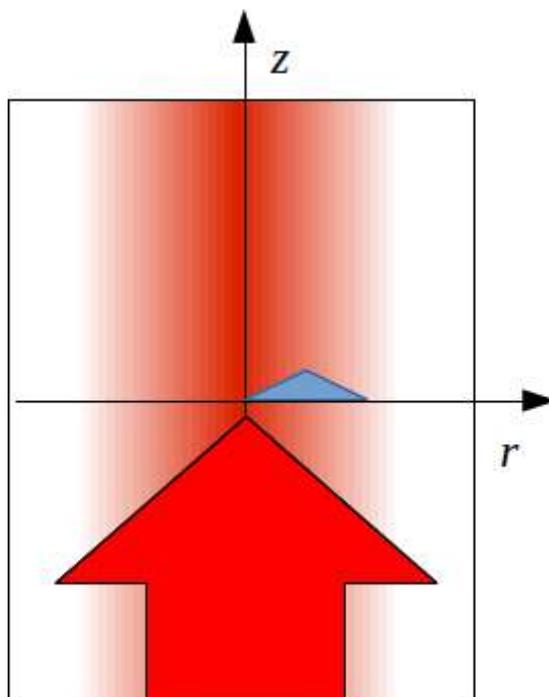
Если чешуйка будет в 3 раза толще, то дополнительно наберет 48 нм, и чешуйка окрасится в зеленый цвет, т. к. будет выполняться условие минимума для красного цвета $\lambda = 680$ нм. А если в 3 раза тоньше, т. е. 1 нм, то никакой разницы в цвете мы не заметим, и чешуйка сольется с подложкой.

Справочные данные показателей преломления в видимой области

Вещество	n ($\lambda = 400$ нм)
Графен	2.70
SiO ₂	1.47
c-Si	5.56



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 3. Оптический пинцет



В 2018 году Нобелевская премия по физике была присуждена за изобретение оптического пинцета и его применение в биологических системах. С помощью оптического пинцета можно манипулировать отдельными наночастицами.

Один из подходов, объясняющих возможность удерживать наночастицу лазерным лучом, – геометрическая оптика.

Наночастица имеет форму тонкой треугольной призмы, в основании которой – равнобедренный треугольник. Основание равнобедренного треугольника 200 нм. Угол между боковыми сторонами треугольника $\alpha = 120^\circ$. Показатель преломления призмы $n = \sqrt{3}$.

Наночастица облучается лазерным пучком, имеющим гауссово распределение интенсивности $I(r) = I_0 \cdot \exp\left(\frac{-r^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)$, $\sigma = 200$ нм. Центр пучка совпадает с осью z . Наночастица сместилась от центра пучка, так что левый край совпадает с осью z , а излучение падает нормально на боковую грань (см. рис.).

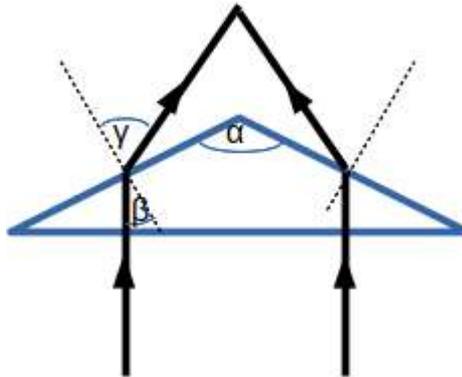
1. Изобразите ход лучей на рисунке. **(1 балл)**
2. Используя рисунок, объясните возникновение градиентной силы. **(2 балла)**
3. Найдите угол возникающей градиентной силы относительно оси z , с учетом данных задачи. **(6 баллов)** Интегралы можно рассчитать численно.
4. Какая еще сила действует на наночастицу со стороны лазерного пучка? **(1 балл)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 3. Оптический пинцет

1.



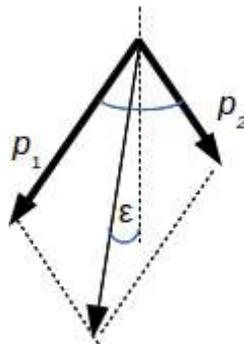
$$\frac{\sin(\gamma)}{\sin(\beta)} = n$$

2. Свет можно рассматривать, как поток фотонов, имеющих импульс. По закону сохранения импульса, векторная сумма импульсов фотонов и наночастицы должна быть равна нулю, т. к. начальный импульс системы был тоже равен нулю. Таким образом, импульс частицы равен по модулю и противоположно направлен импульсу вышедших фотонов. Импульс связан с интенсивностью:

$$p = \frac{I}{c}$$

Интенсивность, проходящая через левую половину призмы больше, чем через правую. Следовательно, можно говорить о градиентной силе, направленной к оси пучка, где интенсивность максимальна.

3.



$$\operatorname{tg}(\varepsilon) = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \operatorname{tg}\left(\gamma - \left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right)\right)$$

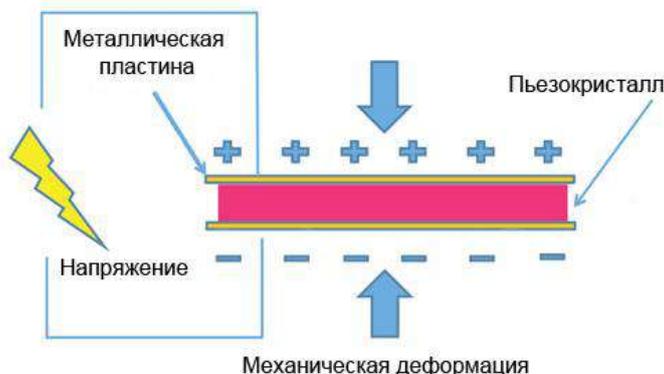
Численное интегрирование дает $p_1 = 0.0959$, $p_2 = 0.0751$

$$\operatorname{tg}(\varepsilon) = \frac{0.0959 - 0.0751}{0.0959 + 0.0751} \operatorname{tg}(30^\circ), \varepsilon \approx 4^\circ$$

4. Сила давления света.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 4. Нанопозиционер



Для прецизионных перемещений исследуемых объектов с шагом в нанометровом диапазоне применяют пьезоэлектрические подачи, принцип действия которых основан на обратном пьезоэлектрическом эффекте – возникновении механической деформации (растяжения или сжатия) пьезокристалла под действием приложенного к нему напряжения.

Впервые данный эффект был обнаружен для кристаллов кварца, причем было замечено, что величина вызываемого механического напряжения σ в кристалле прямо пропорциональна приложенной разности потенциалов U и обратно пропорциональна его толщине d .

Оцените абсолютную деформацию Δd кристалла кварца толщиной $d = 1$ см, вызванную прикладываемым напряжением $U = 100$ В, если известно, что в отсутствие внешнего электрического поля на металлических пластинах, между которыми зажат пьезокристалл, возникает разность потенциалов $U_0 = 60$ В за счет прямого пьезоэлектрического эффекта. Деформации считайте малыми. Модуль Юнга для кварца примите равным 73 ГПа, атмосферное давление – 10^5 Па. **(10 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 4. Нанопозиционер

В случае малых деформаций механическое напряжение σ (давление) связано с относительной деформацией ε через модуль Юнга E линейным законом (Гука): $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

С другой стороны, для пьезоэлектрического эффекта имеем: $\sigma = k \cdot U/d$, где k – коэффициент пропорциональности.

В отсутствие внешнего электрического поля на кристалл кварца действует внешнее атмосферное давление $\sigma_0 = 10^5$ Па, которое и вызывает (за счет прямого пьезоэлектрического эффекта) разность потенциалов U_0 : $\sigma_0 = k \cdot U_0/d$, откуда $k = \sigma_0 \cdot d/U_0$.

Таким образом, зная k , можно найти относительную деформацию кристалла кварца под действием приложенной разности потенциалов $U = 100$ В:

$$\varepsilon = \sigma/E = (k/E) \cdot (U/d) = (\sigma_0/E) \cdot (U/U_0) \approx 2 \cdot 10^{-6}.$$

Зная толщину кристалла d , можно теперь определить его абсолютную деформацию: $\Delta d = \varepsilon \cdot d \approx 2 \cdot 10^{-8}$ м = 20 нм.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 5. Оптический профилометр



Для определения шероховатости поверхностей используют специальные приборы – профилометры. Принцип действия оптического бесконтактного профилометра основан на получении интерференционной картины, образующейся за счет сложения лучей, испускаемых источником света, отраженных от исследуемой поверхности и от опорного зеркала (см. рис.). Эта картина регистрируется цифровой камерой, а последующий количественный анализ сдвига интерференционных полос в процессе сканирования позволяет восстановить профиль исследуемой поверхности с высоким разрешением.

1. Оцените, какую минимальную высоту неровности исследуемой поверхности можно измерить с помощью оптического профилометра с источником монохроматического света ($\lambda = 370$ нм), если известно, что в процессе анализа смещений интерференционных полос можно различать смещения вплоть до сотых долей периода интерференционной картины. **(7 баллов)**
2. Как изменится минимально детектируемая высота неровностей, если будет использован источник не монохроматического, а белого света? **(3 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 5. Оптический профилометр

1. Изменение высоты неровностей исследуемой поверхности на некую величину Δh приводит к изменению оптической разности хода интерферирующих лучей на $2\Delta h$. В свою очередь, смещение интерференционных полос на величину, равную периоду интерференционной картины, соответствует изменению оптической разности хода на величину λ , в то время как высота неровностей меняется на $\lambda/2$. Следовательно, смещение полос на одну сотую периода интерференционной картины соответствует изменению высоты неровностей исследуемой поверхности на $\lambda/200$. Таким образом, в случае использования оптического профилометра с источником монохроматического света с $\lambda = 370$ нм, минимально детектируемую высоту неровности исследуемой поверхности можно оценить как $\Delta h_{\min} = 370/200 = 1.85$ нм.
2. При переходе на источник белого света минимально детектируемая высота неровности исследуемой поверхности возрастет, так как результирующая интерференционная картина станет менее контрастной, а полосы – более размытыми, что затруднит детектирование их малых смещений при сканировании исследуемой поверхности.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 6. Плотнупакованные нанокристаллы

Как известно, при переходе от макроскопических объектов к наночастицам многие свойства одного и того же вещества существенно меняются (так называемый размерный эффект). Так, например, теплоемкость наночастиц металлов заметно возрастает по сравнению с теплоемкостью объемных образцов, в то время как температура плавления наоборот уменьшается.

1. Оцените линейный размер нанокристалла меди, при котором размерный эффект становится существенным. В качестве оценки энергии электронов использовать энергию Ферми при комнатной температуре, а также учесть, что эффективная масса электрона для меди совпадает с массой свободного электрона. **(5 баллов)**

Некоторые из проявлений размерного эффекта могут быть объяснены перестройками структуры кристаллической решетки при уменьшении линейных размеров кристаллов до нескольких нанометров. Действительно, столь малым кристаллам (нанокристаллам) оказывается энергетически выгодно перестроить свою структуру так, чтобы площадь поверхности была наименьшей, т.е. упаковка атомов становится более плотной.

2. Оцените относительное изменение плотности нанокристалла вольфрама по сравнению с плотностью объемного вольфрама, если известно, что при переходе от макро- к нанокристаллам структура кристаллической решетки вольфрама изменяется от кубической объемноцентрированной к кубической гранецентрированной, а постоянная решетки при этом уменьшается на 2 %. **(5 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 6. Плотнупакованные нанокристаллы

1. Для ответа на первый вопрос можно воспользоваться общим правилом, согласно которому размерные эффекты становятся существенными при уменьшении линейных размеров объектов до величины порядка длины волны де Бройля:

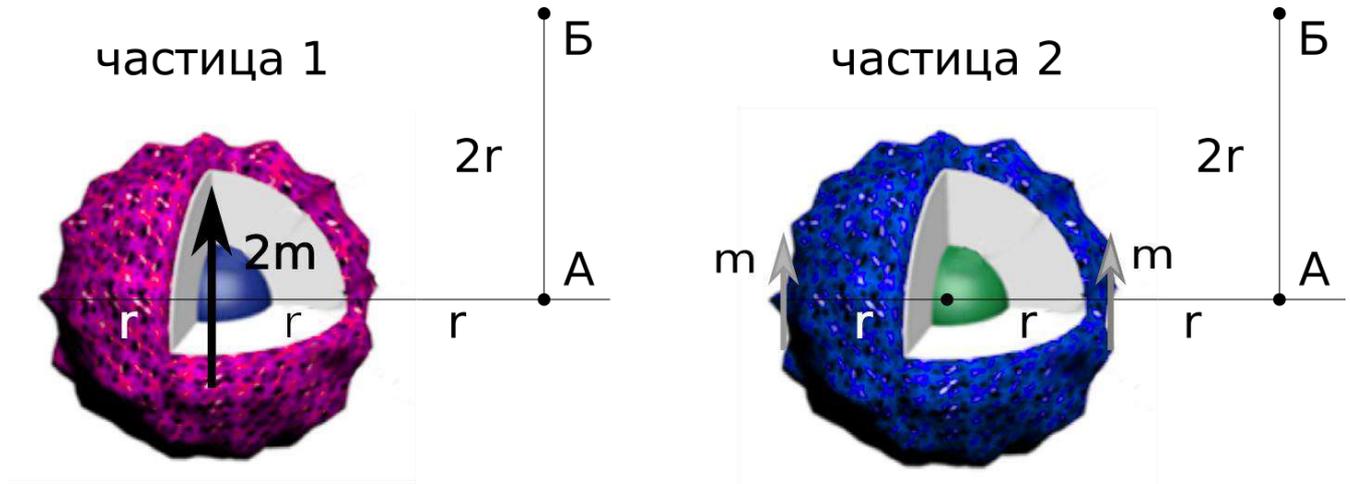
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m^*E}}$$

где m^* – эффективная масса электронов, а E – их энергия. Подставляя значение энергии Ферми для меди при комнатной температуре ($7 \text{ эВ} \approx 11.2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$) и массу свободного электрона, получаем оценку длины волны де Бройля $\sim 0.5 \text{ нм}$, что и является оценкой линейного размера нанокристалла меди, при котором размерный эффект для него становится существенным.

2. Для ответа на второй вопрос достаточно рассмотреть элементарную ячейку макро- и нанокристаллов вольфрама. При таком подходе плотность есть отношение массы всех атомов, входящих в элементарную ячейку, к объему этой ячейки. Для ОЦК решетки объемного вольфрама число атомов в элементарной ячейке – 2, в то время как для ГЦК решетки нанокристалла вольфрама это значение равно уже 4. Таким образом, в отсутствие уменьшения постоянной решетки плотность нанокристалла возростала бы вдвое. С учетом уменьшения постоянной решетки объем элементарной ячейки в случае нанокристалла будет также уменьшаться в $1/(0.98^3) \approx 1.06$ раз. Результирующее относительное изменение плотности будет, таким образом, составлять $2/(0.98^3) \approx 2.13$ раз.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 7. Магнитные наночастицы



Для “подкрашивания” определенных органов на изображениях магнитно-резонансной томографии (МРТ) ученые используют магнитные наночастицы. Такие наночастицы, как правило, имеют диаметр d 100-200 нм, хотя собственно магнитная часть может быть значительно меньше по размерам. Так, частицы могут содержать магнитные атомы гадолиния в центре, окруженные немагнитной оболочкой, либо, наоборот, атомы гадолиния могут находиться на поверхности. Для простоты рассмотрим частицу 1 с магнитным точечным диполем в центре наночастицы (магнитный момент равен $2m$), и частицу 2 с двумя магнитными диполями на поверхности наночастицы с магнитным моментом m .

1. Почему магнитные частицы “подкрашивают” изображение МРТ? **(2 балла)**
2. Почему диаметр наночастиц лежит в диапазоне 100-200 нм? **(1 балл)**
3. Во сколько раз отличаются магнитные поля, создаваемые частицами 1 и 2 в точках А **(3 балла)** и Б **(4 балла)**?

Справочная информация:

Напряженность поля точечного магнитного момента определяется формулой:

$$H = \frac{m}{\mu r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta}, \quad (1)$$

где m – магнитный момент, μ – магнитная восприимчивость среды, r – расстояние от диполя до точки измерения, а θ – угол между направлением диполя и радиус-вектором точки измерения. Для простоты все магнитные поля в одной точке, создаваемые разными диполями, можно считать сонаправленными.

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 7. Магнитные наночастицы

В тексте условия была допущена опечатка. Проверка проводилась с учетом этого обстоятельства.

1. Наночастицы создают вокруг себя магнитное поле. В результате суммарное поле изменяется и нарушаются условия для магнитного резонанса. В итоге на изображениях появляются темные поля. Такой контраст называют негативным.
2. Наночастицы в данном диапазоне наименее заметны для иммунной системы и значительное время циркулируют в кровотоке. Меньшие наночастицы отфильтровываются почками, большие – печенью.
3. Начнем с простого случая точки А.

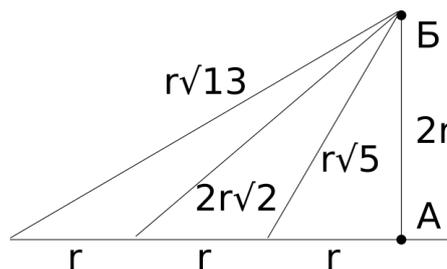
В этом случае, угол θ равен $\pi/2$, следовательно, $\cos \theta = 0$. Получаем для наночастицы первого типа:

$$H_1 = \frac{2m}{\mu_0(2r)^3} = \frac{1}{4} \frac{m}{\mu_0 r^3} \quad (1)$$

Для наночастицы второго типа:

$$H_2 = \frac{m}{\mu_0 r^3} + \frac{m}{\mu_0(3r)^3} = \frac{28}{27} \frac{m}{\mu_0 r^3} \quad (2)$$

Отсюда ответ: поле для второй частицы больше в $112/27 = 4.15$ раза.



Случай точки Б.

Рассмотрим прямоугольный треугольник с вершинами А,Б и центр наночастицы 1. По теореме Пифагора, квадрат гипотенузы будет равен $4+4 = 8 r^2$. Следовательно, $\cos^2 \theta = 1/2$ (вспомним теорему о равенстве накрест-лежащих углов).

Отсюда:

$$H_1 = \frac{2m}{\mu_0 r^3 \sqrt{8}} \sqrt{1 + 3 \cdot (1/4)} = \frac{m}{\mu_0 r^3} \frac{\sqrt{7}}{32\sqrt{2}} = 0.0585 \frac{m}{\mu_0 r^3} \quad (3)$$

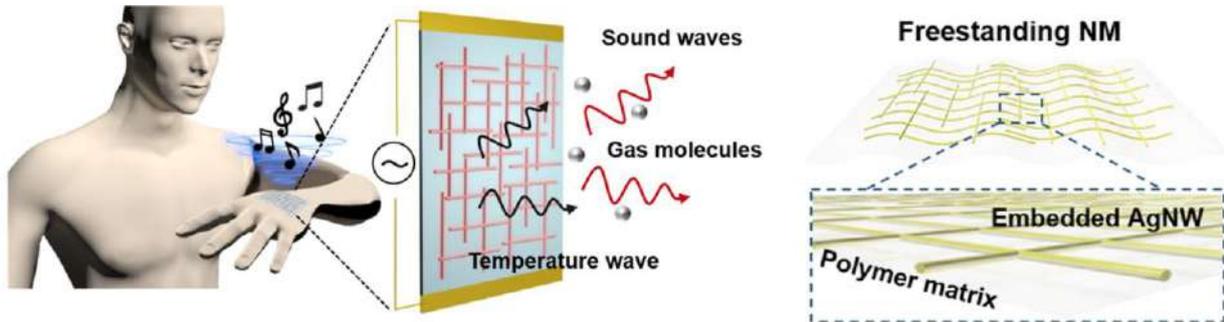
Для второй наночастицы квадраты гипотенузы будут равны $1+4 = 5 r^2$ и $4+9= 13 r^2$, соответственно. Таким образом, получим:

$$\begin{aligned} H_2 &= \frac{m}{\mu_0(r\sqrt{5})^3} \sqrt{1 + 3 \cdot (4/5)} + \frac{m}{\mu_0(r\sqrt{13})^3} \sqrt{1 + 3 \cdot (4/13)} \\ &= \frac{m}{\mu_0 r^3} \left(\frac{\sqrt{17}}{25} + \frac{5}{169} \right) = 0.195 \frac{m}{\mu_0 r^3} \end{aligned} \quad (4)$$

Ответ: 3.33



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 8. Нанодинамик



Корейские ученые разработали акустическую мембрану, представляющую из себя сетку пересекающихся серебряных нанонитей диаметром 10 нм в полимерной матрице. При подключении аудиосигнала мембрана воспроизводит музыку, даже будучи наклеенной на человеческое тело. К краям мембраны на расстоянии $L = 1$ см подключен источник переменного напряжения $U = 1$ В.

1. На сколько увеличится температура нанонитей при воспроизведении звука с частотой $\nu = 10$ кГц? **(8 баллов)**
2. На какую величину возрастает радиус нанонити при воспроизведении? **(2 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 8. Нанодинамик

Рассчитаем мощность, W , выделяемую в нанонити с поперечным сечением S . Согласно закону Ома:

$$W = \frac{U^2}{R}, \quad (1)$$

где R – сопротивление нанонити, которое можно выразить через удельное сопротивление серебра ρ_E :

$$R = \frac{\rho_E L}{S}. \quad (2)$$

Протекание электрического тока будет приводить к нагреву, тепловому расширению. Относительное уширение нанонити будет равно:

$$\epsilon = \frac{\Delta r}{r} \quad (3)$$

ϵ связано повышением температуры нанонити ΔT через коэффициент линейного расширения, α :

$$\alpha = \frac{\epsilon}{\Delta T} \quad (4)$$

Напишем уравнение теплового баланса для нанонити:

$$Q = W\Delta t = Cm\Delta T = C\rho_M SL\Delta T, \quad (5)$$

где m – масса нанонити, C – теплоемкость серебра, а ρ_M – его плотность, Δt – время нагрева. Последнее будем считать равным периоду акустических колебаний, т.е. величине, обратной к частоте. Отсюда получим выражение для температуры:

$$\Delta T = \frac{W\Delta t}{C\rho_M SL} = \frac{U^2}{C\rho_M L^2 \rho_E \nu}. \quad (6)$$

Возьмем следующие табличные значения для серебра:

$$\alpha = 20 \cdot 10^{-6} \text{с}^{-1} \quad (7)$$

$$\rho_E = 1.6 \Omega \text{м} \quad (8)$$

$$C = 2.35 \text{Дж/кг} \cdot \text{м}^3 \quad (9)$$

$$\rho_M = 10^4 \text{кг/м}^3 \quad (10)$$

Подставляем данные значения в формулу:

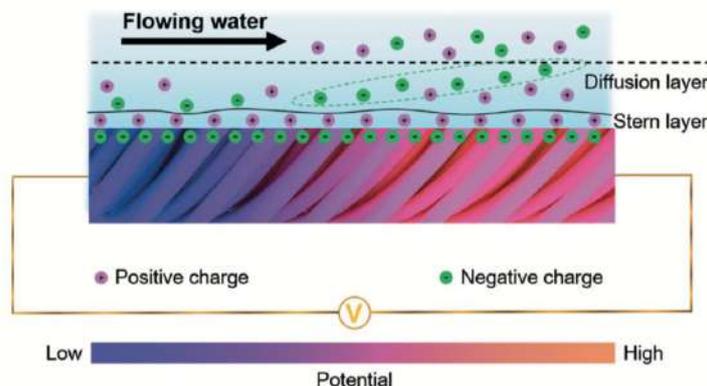
$$\Delta T = \frac{1}{2.35 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4} \cdot 1.6 \cdot 10^4} = 26 \text{мкК} \quad (11)$$

Увеличение радиуса нанонити будет равно:

$$\Delta r = r\alpha\Delta T = 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 2.6 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-18} \text{м} \quad (12)$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 9. Кровяной наногенератор



Необычный наногенератор, способный получать энергию из кровотока, предложили китайские ученые. Генератор представляет из себя одномерную структуру из многостенных углеродных нанотрубок. Из-за наличия заряда в жидкости на поверхности структуры образуется двойной электрический слой из неподвижных катионов натрия и анионов хлора с радиусом $r = 0.2$ нм, которые могут перемещаться в тонком диффузионном слое вдоль поверхности. В момент сердечного сокращения скорость кровотока на поверхности структуры, v , достигает 1 мкм/с. Найдите разность потенциалов, U , на границах структуры из нанотрубок длиной $L = 1$ мм, если известно, что во время сердечных сокращений ионы хлора около центра структуры неподвижны. Вязкость крови, h , составляет 5 мПа·с. **(10 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 9. Кровяной наногенератор

Воспользуемся формулой Стокса для движения шара в вязкой среде:

$$F_v = 6\pi R\eta v. \quad (1)$$

Здесь F – сила вязкого трения, R – радиус шара (его также называют радиусом Стокса), v – скорость потока.

Сила вязкого трения уравновешивается кулоновской силой:

$$F_E = U q/L \quad (2)$$

Таким образом, приравнивая силы, получаем:

$$U = \frac{6\pi R\eta v L}{q} = \frac{18.8 \cdot 2 \cdot 10^{-10} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 117 \text{ мВ} \quad (3)$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 10. Просвечивающий электронный микроскоп

Известно, что для изучения наночастиц используют электронные микроскопы, а не оптические. Принципиальное отличие заключается в том, что анализируемые объекты облучают не сфокусированным пучком света, а высокоэнергетическими электронами, движущимися под действием ускоряющего напряжения (разности потенциалов), величину которого можно изменять в зависимости от решаемой задачи. Однако, при прохождении через вещество электроны встречают на своём пути различные препятствия в виде ядер, занимающих определённые позиции, и электронов, распределённых между ними. Первым механизмом рассеяния можно пренебречь вследствие довольно малых размеров ядер, поэтому определяющее влияние оказывает электронная плотность. Например, глубину проникновения ускоренных электронов в золото можно оценить по эмпирической формуле

$$h = \frac{E^{1,67}}{2n},$$

где h – глубина проникновения (см), E – энергия электронов (кэВ), n – модуль объёмной плотности заряда электронов (Кл/см³).

Для справки:

Плотность золота равна 19,3 г/см³. Параметр решётки составляет 4,078 Å.

1. Оцените наименьшее ускоряющее напряжение, при котором электроны смогут насквозь пройти золотую плёнку толщиной 50 мкм. **(4 балла)**
2. Определите длину волны де Бройля электронов, обладающих такой энергией. **(4 балла)**
3. Можно ли с помощью электронов, обладающих такой энергией, получить информацию о кристаллической структуре золота? Ответ обоснуйте. **(2 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Просвечивающий электронный микроскоп

1. Определим число атомов золота в единице объёма:

$$a = \frac{N_A}{V_A} = \frac{N_A \cdot \rho}{M},$$

где a – число атомов золота в единице объёма ($1/\text{см}^3$), N_A – число Авогадро, ρ – плотность золота ($\text{г}/\text{см}^3$), M – атомная масса золота ($\text{г}/\text{моль}$).

Так как один атом золота содержит $Z = 79$ электронов, то их число в единице объёма равно

$$b = Z \cdot a = \frac{Z \cdot N_A \cdot \rho}{M}.$$

Тогда модуль объёмной плотности заряда электронов равен

$$n = \frac{Z \cdot N_A \cdot \rho}{M} \cdot e,$$

где e – элементарный заряд ($1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл).

Теперь можно оценить минимальную энергию электронов, которые смогли бы насквозь пройти золотую плёнку толщиной h :

$$h = \frac{M \cdot E^{1,67}}{2 \cdot Z \cdot e \cdot N_A \cdot \rho}$$

$$E = \sqrt[1,67]{\frac{2 \cdot Z \cdot e \cdot N_A \cdot \rho \cdot h}{M}}$$

Для золотой плёнки толщиной 50 мкм (то есть $5 \cdot 10^{-3}$ см) эта энергия равна

$$E = \sqrt[1,67]{\frac{2 \cdot 79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 19,3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{197}} = 208 \text{ кэВ}$$

Используя определение электронвольта, получим ускоряющее напряжение 208 кВ.

2. С одной стороны, импульс электрона задаётся формулой

$$p = \frac{h}{\lambda},$$

где h – постоянная Планка, λ – длина волны. С другой, его можно рассчитать через энергию с учётом релятивистской поправки, так как 208 кэВ – довольно большая энергия:

$$p = \sqrt{\left(\frac{E}{c}\right)^2 + 2mE},$$

где E – энергия электрона, m – его масса, c – скорость света. Кроме того, кинетическая энергия электрона, ускоряемого разностью потенциалов, равна $E = eU$, где e – элементарный заряд, U – ускоряющее напряжение. Объединяя данные выражения, получим формулу для вычисления длины волны:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{\left(\frac{eU}{c}\right)^2 + 2meU}}$$

$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{\left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 208000 \text{ В}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}\right)^2 + 2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 208000 \text{ В}}} = 2,45 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 0,00245 \text{ нм}$$

3. Так как длина волны электронов много меньше параметра решётки, при взаимодействии таких электронов с исследуемым образцом будет происходить дифракция. Поэтому с помощью просвечивающего электронного микроскопа возможно получение информации о расположении атомов, кристаллографической ориентации плёнки, наличии протяжённых дефектов в структуре.

-NANO >XIV
НАНОТЕХНОЛОГИИ - ПРОРЫВ В БУДУЩЕЕ!

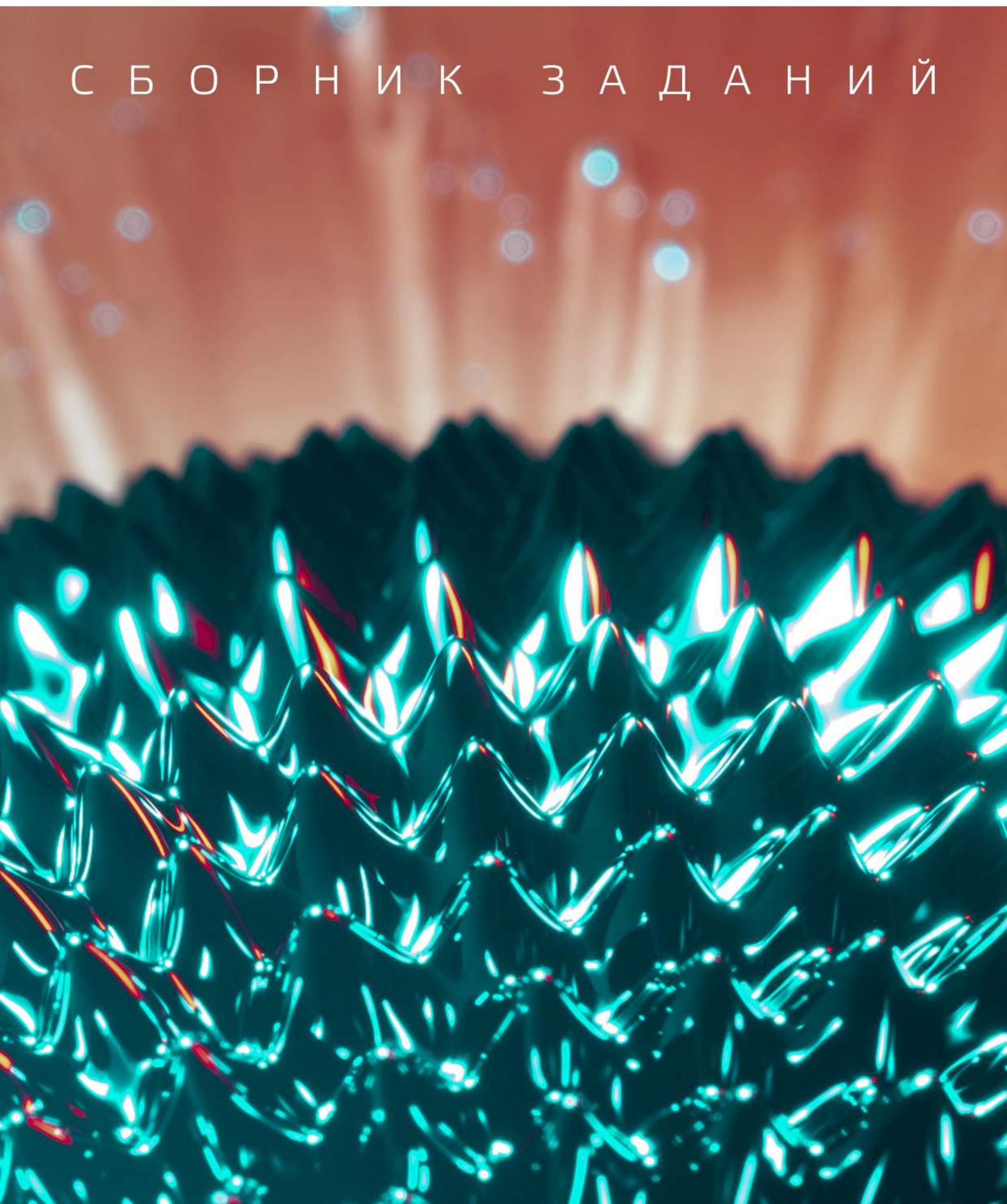


МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА



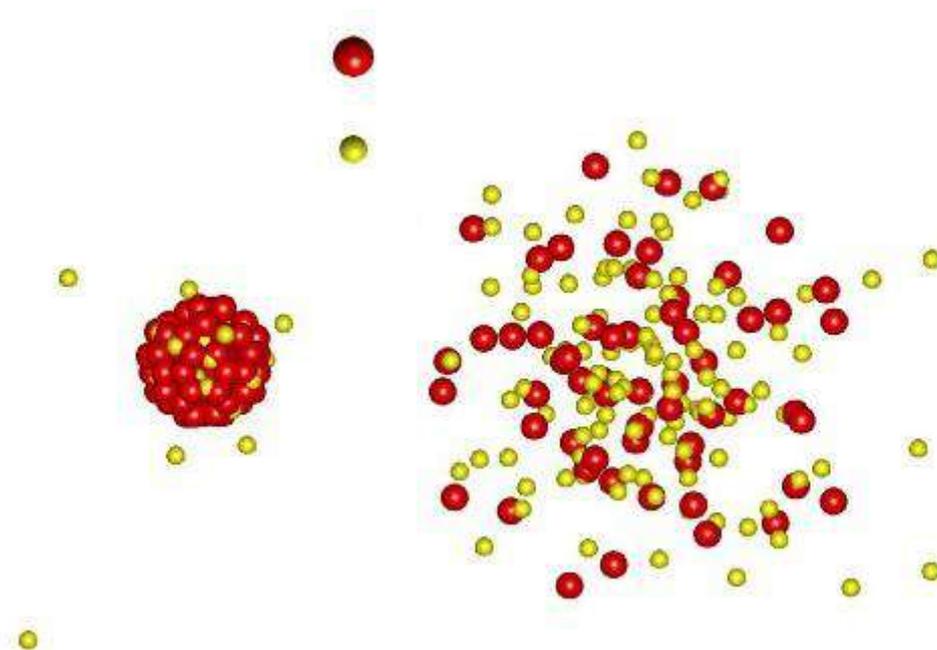
ФОНД ИНФРАСТРУКТУРНЫХ
И ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ
ПРОГРАММ
Группа РОСНАНО

СБОРНИК ЗАДАНИЙ





Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 1. Разобрать фуллерен за 50 фемтосекунд



За последнее десятилетие исследования, проведенные с использованием рентгеновских лазеров, позволили пролить свет на вопрос взаимодействия вещества с короткими ионизирующими лазерными импульсами. В частности, эти исследования показывают последовательность взаимодействий при выбивании электронов с внутренних оболочек атомов и Оже ионизации. В одной из недавних работ, опубликованной в журнале [Nature](#), с помощью рентгеновского лазера, генерирующего ультракороткие импульсы, ученые разорвали фуллерен C_{60} на отдельные осколки. Энергия кванта рентгеновского лазера $h\nu = 640$ эВ.

1. Чему равно общее количество одинарных и двойных связей у фуллерена C_{60} ? **(1 балл)**
2. Рассмотрим первый случай: распад на отдельные атомы. Чему равна суммарная кинетическая энергия отдельных атомов углерода, если характерная средняя энергия связи атомов в фуллерене $E = 4.6$ эВ, а фуллерен разрушился после взаимодействия с одним квантом? Фуллерен до взаимодействия имел начальную скорость $V = 250$ м/с. **(3 балла)**
3. Рассмотрим второй случай: распад на два осколка. Найдите скорости осколков, если известно, что в результате взаимодействия с одним рентгеновским квантом образовалось два одинаковых осколка, разлетевшихся вдоль одного направления? Фуллерен до взаимодействия также имел начальную скорость $V = 250$ м/с. **(6 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 1. Разобрать фуллерен за 50 фемтосекунд

1. Суммарное количество связей $N = 90$ (60 одинарных и 30 двойных).
2. Начальная кинетическая энергия фуллерена $W_{\text{фулл}} = \frac{mV^2}{2} = 0,234\text{эВ}$, что пренебрежимо мало по сравнению с энергией кванта. Часть энергии фотона тратится на разрыв связей, а остаток энергии идет на сообщение кинетической энергии осколкам.

$$W_K = h\nu - NE = 640 - 90 \cdot 4,6 = 226\text{эВ} \approx 3,6 \cdot 10^{-17}\text{Дж.}$$

Начальный импульс фотона $p = \frac{h\nu}{c} = 3,4 \cdot 10^{-25}\text{ м/с}$, что пренебрежимо мало по сравнению с импульсом фуллерена. Чтобы образовалось два одинаковых осколка, достаточно разорвать 10 связей. Часть энергии фотона тратится на разрыв связей, а остаток энергии идет на сообщение кинетической энергии осколкам.

$$\begin{aligned} p &= p_1 + p_2 \\ h\nu - 10E &= \frac{p_1^2}{m} + \frac{p_2^2}{m} \end{aligned}$$

Решая, получим

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{p \mp \sqrt{2m(h\nu - 10E) - p^2}}{2} \\ p_2 &= \frac{p \pm \sqrt{2m(h\nu - 10E) - p^2}}{2} \end{aligned}$$

Подставляя численные значения, получим, что осколки разлетятся в противоположные стороны практически с одинаковой по модулю скоростью

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{p_1}{m/2} = 12829\text{ м/с} \\ v_2 &= \frac{p_2}{m/2} = -12329\text{ м/с.} \end{aligned}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 2. Нанопропеллер

Совместные исследования американских, японских и французских ученых, опубликованные в журнале [Nature Communications](http://www.nature.com/naturecommunications), показали, что созданные ими молекулярные пропеллеры могут быть приведены во вращение самим зондом туннельного микроскопа или туннельным током неупругих электронов.

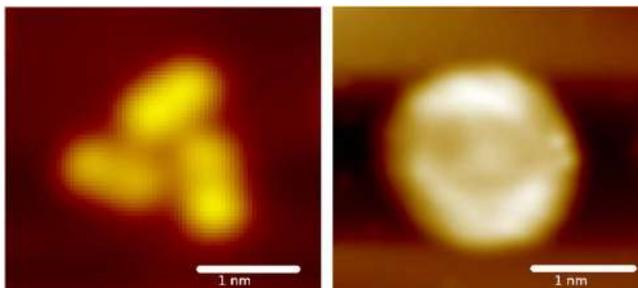


Рис. 1. Изображение молекулярного пропеллера, полученное с помощью зондового микроскопа: а) неподвижного б) вращающегося

Представим упрощенную модель нанопропеллера, имеющего две плоские квадратные лопасти. Лопасти нанопропеллера повернуты на угол 45° к горизонтальной плоскости в разные стороны. Радиус шарнира пренебрежимо мал. Сторона квадратной лопасти $R = 5 \text{ нм}$. Плотность тока однородна, и вектор плотности тока $\mathbf{j} = 0.01 \text{ пкА/нм}^2$ направлен под углом 45° к вертикальной плоскости. Объемная концентрация электронов $n = 1 \text{ нм}^{-3}$.

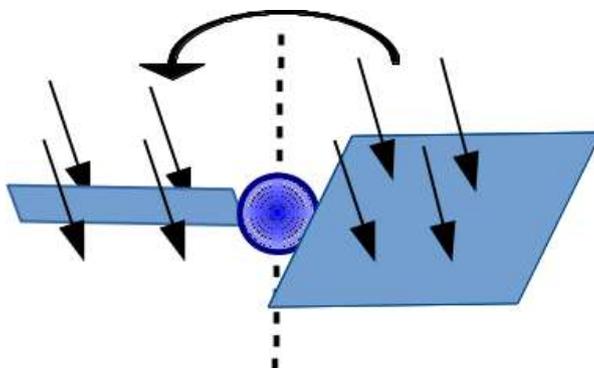


Рис. 2. Схематический рисунок пропеллера

1. Найдите проекцию на вертикальную ось момента сил действующих на пропеллер. **(5 баллов)**
2. Оцените по порядку величины угловое ускорение пропеллера в начальный момент времени, если масса лопасти $M = 10^4 \text{ а.е.м.}$? **(5 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 2. Нанопропеллер

1. Момент сил N при равномерном распределении по площади удельной силы $f = F/S$ на лопасть найдем, интегрируя по расстоянию r от оси:

$$N = \int_0^R R f r dr = f \frac{R^3}{2}.$$

Так как сила отдачи направлена перпендикулярно лопасти, то момент сил перпендикулярен силе и лежит в плоскости лопасти. Проекция на вертикальную ось $N_z = N \cos(45^\circ)$.

Удельную силу найдем по закону изменения импульса:

$$\vec{f} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t},$$

где импульс на единицу площади. На правую лопасть электроны падают перпендикулярно, а на левую не попадают.

Выразим изменение импульса на единицу площади:

$$\Delta \vec{p} = 0 - \left(\frac{\Delta N}{\Delta S} m_e u \right) = n m_e u u \Delta t,$$

где n — объемная концентрация электронов.

$$f = m_e n u^2 = \frac{m_e j^2}{n e^2},$$

где было использовано $j = n e u$

Ответ на вопрос 1: $N_z = \frac{m_e j^2 R^3}{n e^2} \cos(45^\circ) \approx 4 \cdot 10^{-37} \text{ Н} \cdot \text{м}$

2. Основное уравнение динамики вращательного движения: $I \beta = N_z$

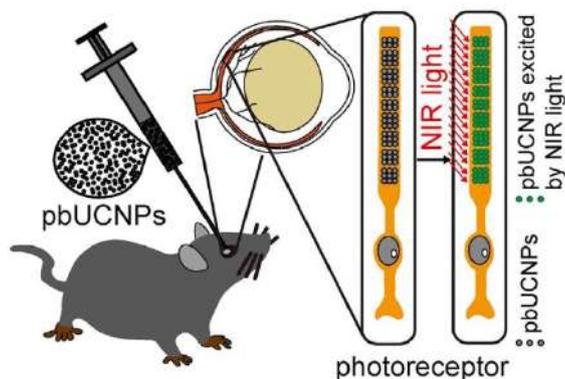
Момент инерции для наклонной плоскости можно рассчитать по формуле:

$$I = \frac{MR^2}{12} \sin^2(45^\circ) + \frac{MR^2}{3} = \frac{MR^2}{3} \left(\frac{\sin^2(45^\circ)}{4} + 1 \right) \approx 1,4 \cdot 10^{-40} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Для численной оценки достаточно $I \approx MR^2$

$$\beta = \frac{2\sqrt{2} m_e j^2 R}{3 n e^2 M} \approx 1,3 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$$

**Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 3. Наноприемники ИК-излучения**



Возможность преобразовывать ИК излучение в видимое излучение позволила создать тепловизоры, нашедшие широкое применение в гражданской и военной сферах. Недавно группой ученых были проведены [исследования](#) на мышах, результаты которых показали, что мыши могут чувствовать свет в ближнем ИК диапазоне, если им закапать капли с наночастицами. Было продемонстрировано, что глазные капли, содержащие наночастицы β - $\text{NaYF}_4:20\%\text{Yb}, 2\%\text{Er}$ со структурой ядро-оболочка, способны трансформировать ИК-излучение с длиной волны 980 нм в излучение видимой области спектра с длиной волны 535 нм.

1. Опишите механизм сдвига максимума спектра излучения в коротковолновую область, именуемый в литературе «up-конверсия». **(3 балла)**
2. Во сколько раз отличаются энергии квантов света с длиной волны 980 нм и 535 нм? Можно ли считать, что такой сдвиг произошёл в результате именно up-конверсии? **(4 балла)**
3. Назовите и кратко опишите ещё один основной механизм смещения максимума спектра излучения в коротковолновую область в наночастицах, именуемых квантовыми точками. **(3 балла)**

Всего – 10 баллов



**Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
 Решение задачи 3. Наноприемники ИК-излучения**

1. В результате ир-конверсии переход электрона на высокие энергетические уровни происходит в результате поглощения не одного, а нескольких фотонов (часто двух). Дальнейшая релаксация электронной структуры приводит к испусканию одного фотона, энергия которого оказывается выше, чем у фотонов возбуждающего излучения.
2. Энергию фотона можно рассчитать по формуле

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E_{980} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{980 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 2,03 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,27 \text{ эВ}$$

$$E_{535} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{535 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 3,72 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,32 \text{ эВ}$$

Таким образом,

$$\frac{E_{535}}{E_{980}} = \frac{hc\lambda_{980}}{\lambda_{535}hc} = \frac{\lambda_{980}}{\lambda_{535}}$$

$$\frac{E_{535}}{E_{980}} = \frac{980 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{535 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 1,83$$

Отношение энергий не строго равно 2. То есть поглощение двух фотонов с длиной волны 980 нм приводит к поглощению энергии большей, чем имеет один фотон с длиной волны 535 нм. Расположение энергетических уровней в атоме Ег сопровождается дополнительными безызлучательными переходами. Это действительно ир-конверсия.

3. Основной механизм смещения максимума спектра излучения в коротковолновую область в квантовых точках связан с увеличением ширины запрещённой зоны при уменьшении размеров частицы. Происходит это вследствие локализации электронов на отдельных атомах в кристаллической решётке квантовой точки.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 4. Масс-спектрометрия

Одним из современных методов исследования новых материалов является масс-спектрометрия, позволяющая определять содержание химических элементов на уровне нескольких наногرامмов. Анализируемое соединение распыляют и ионизируют. Образовавшиеся ионы ускоряются разностью потенциалов и попадают в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению их движения. Таким образом, варьируя напряжение или магнитную индукцию, можно добиться попадания в детектор только определяемых ионов, точно задав траекторию их движения.

1. Рассчитайте радиус окружности, являющейся траекторией движения катиона $^{85}\text{Rb}^+$, если ускоряющее напряжение равно 2 кВ, а магнитная индукция составляет 0.3 Тл.
(7 баллов)
2. Определите количество пиков в масс-спектре при анализе смесей катионов:
 - а) $^7\text{Li}^+$, $^{28}\text{Si}^{4+}$, $^{29}\text{Si}^{4+}$;
 - б) $^{23}\text{Na}^+$, $^{46}\text{Ti}^{2+}$, $^{69}\text{Ga}^{3+}$;
 - в) $^{39}\text{K}^+$, $^{40}\text{Ar}^+$, $^{40}\text{Ca}^{2+}$.Ответы обоснуйте. **(3 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 4. Масс-спектрометрия

1. На ускоренные ионы, попадающие в магнитное поле, перпендикулярное направлению их движения, действует сила Лоренца

$$F = qvB,$$

где q – заряд иона, v – скорость его движения, B – магнитная индукция.

В результате ион начинает движение по круговой траектории, а сила Лоренца обеспечивает центростремительное ускорение

$$F = \frac{mv^2}{r},$$

где m – масса ускоренного иона, r – радиус окружности, которая является траекторией его движения. Таким образом,

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \frac{qrB}{m}$$

При этом потенциальная энергия иона, находящегося в электрическом поле, равна

$$W_p = qU,$$

где U – разность потенциалов.

Кинетическая энергия частицы равна

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

По закону сохранения энергии

$$qU = \frac{mv^2}{2}$$

$$qU = \frac{mq^2r^2B^2}{2m^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot 85 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 2000 \text{ В}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 0,3^2 \text{ Тл}^2}} \approx 19 \text{ см}$$

2. Согласно полученному выражению, при заданных значениях напряжения и магнитной индукции радиус окружности зависит только от отношения массы иона к его заряду:

$$r = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}$$

Поэтому в случае катионов ${}^7\text{Li}^+$, ${}^{28}\text{Si}^{4+}$, ${}^{29}\text{Si}^{4+}$ будут наблюдаться два пика, один из которых соответствует ${}^7\text{Li}^+$ и ${}^{28}\text{Si}^{4+}$ (у обоих $m/z = 7$), а второй – ${}^{29}\text{Si}^{4+}$ ($m/z = 7,25$).

Для катионов ${}^{23}\text{Na}^+$, ${}^{46}\text{Ti}^{2+}$, ${}^{69}\text{Ga}^{3+}$ будет наблюдаться всего один пик, так как у них у всех отношение $m/z = 23$.

В случае катионов ${}^{39}\text{K}^+$, ${}^{40}\text{Ar}^+$, ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$ будут наблюдаться три пика, так как отношение m/z у всех разное: 39, 40 и 20, соответственно.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 5. Сопротивление нанотрубки

Одним из уникальных свойств углеродных нанотрубок является колоссальная электропроводность: единичная одностенная нанотрубка способна выдерживать силу тока в несколько микроампер, поскольку реализуется механизм баллистической проводимости. При этом сопротивление нанотрубки принимает значение 12.9 кОм.

1. Рассчитайте сопротивление графитового стержня длиной 5 мкм и диаметром 100 нм, если ток течёт вдоль его оси. Удельное сопротивление графита равно 8 мкОм·м. **(3 балла)**
2. В каком случае выделится большее количество теплоты: при прохождении тока 2 мкА в течение 10 минут через такой графитовый стержень или одностенную углеродную нанотрубку? Каково это различие? **(7 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 5. Сопротивление нанотрубки

1. Сопротивление можно рассчитать по формуле

$$R = \frac{\rho L}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление, S – площадь поперечного сечения проводника, L – его длина.

Площадь поперечного сечения стержня равна

$$S = \frac{\pi d^2}{4},$$

где d – его диаметр.

Следовательно,

$$R = \frac{4\rho L}{\pi d^2}$$
$$R = \frac{4 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{ м} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{3,14 \cdot (100 \cdot 10^{-9})^2 \text{ м}^2} = 5,1 \text{ кОм}$$

2. Количество теплоты, выделяющееся в проводнике с током, можно вычислить по формуле Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2 R t,$$

где I – сила тока, R – сопротивление, t – время. В графитовом стержне выделится:

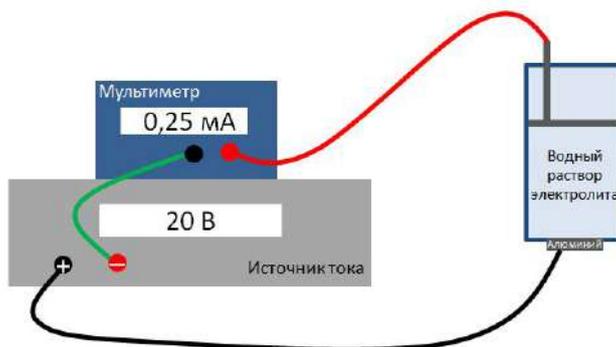
$$Q = (2 \cdot 10^{-6})^2 \text{ А}^2 \cdot 51000 \text{ Ом} \cdot (10 \cdot 60) \text{ с} = 12,2 \text{ мкДж}$$

Согласно условию задачи, в одностенной углеродной нанотрубке реализуется механизм баллистической проводимости, поэтому джоулево тепло в ней выделяться не будет ($Q = 0$ Дж).

Таким образом, в графитовом стержне тепла выделится больше, чем в нанотрубке, а именно на 12,2 мкДж.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 6. Ток через конденсатор



Для придания алюминиевым изделиям долговечности их поверхность можно подвергнуть анодному окислению в нерастворяющем электролите, как показано на рисунке. При этом образуется плотная плёнка из оксида алюминия толщиной в десятки или сотни нанометров, которая препятствует дальнейшему окислению металла.

1. Рассчитайте толщину оксидной плёнки площадью 1 см^2 , если при напряжении 20 В в цепи течёт ток 0.25 мА. Удельное сопротивление анодного оксида алюминия равно $3 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Сопротивлением остальных элементов электрической цепи можно пренебречь. **(4 балла)**
2. Поскольку анодный оксид алюминия является диэлектриком ($\epsilon = 8$), описанную систему можно считать конденсатором. Определите его ёмкость. **(3 балла)**
3. Объясните, почему в данной электрической цепи, содержащей конденсатор, течёт ток. **(3 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 6. Ток через конденсатор

1. Сопротивление оксидной плёнки равно

$$R = \frac{\rho L}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление, L – толщина плёнки, S – её площадь.

Так как сопротивлением остальных элементов электрической цепи можно пренебречь, то

$$R = \frac{U}{I},$$

где U – напряжение, I – сила тока.

Следовательно,

$$\frac{U}{I} = \frac{\rho L}{S}$$

$$L = \frac{US}{\rho I}$$

$$L = \frac{20 \text{ В} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2}{3 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ А}} \approx 27 \text{ нм}$$

2. Ёмкость плоского конденсатора равна

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{L},$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость оксида алюминия, ϵ_0 – диэлектрическая постоянная. Таким образом,

$$C = \frac{8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{М}} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2}{27 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 0,26 \text{ мкФ}$$

3. Известно, что через идеальный конденсатор не может течь постоянный ток вследствие его бесконечного сопротивления. Однако, сопротивление конденсатора, описанного в данной задаче, конечное и составляет всего

$$R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{20 \text{ В}}{0,25 \cdot 10^{-3} \text{ А}} = 80 \text{ кОм.}$$

Кроме того, в данном случае сила тока постоянно уменьшается: чем толще становится оксидная плёнка, тем ниже оказывается сила тока из-за увеличения сопротивления. Таким образом, ток в этой цепи имеет место, пока происходит окисление алюминия и сопротивление плёнки не превышает критического значения.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 7. Что прочнее?

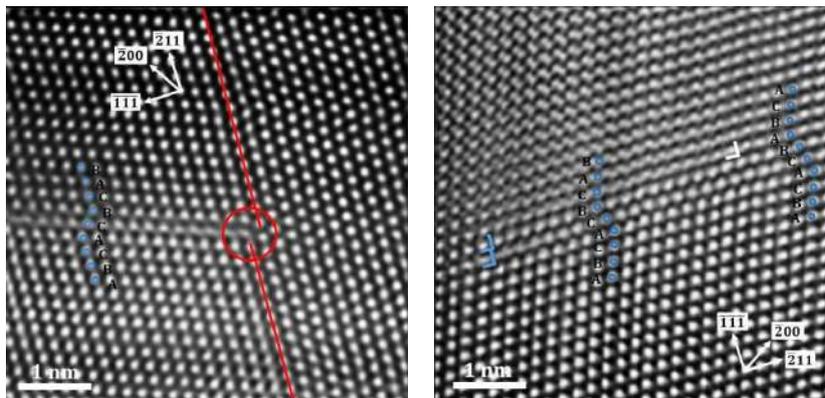


Рис. HAADF изображения дислокаций в стали

Известно, что пластичность металлов во многом обусловлена наличием в их структуре дислокаций, которые способны перемещаться в пределах кристалла под действием приложенной нагрузки. Однако, в поликристаллических материалах движение дислокации ограничено размером зерна, в котором она расположена (переход из одного зерна в другое невозможен). Поэтому наблюдается эффект размерного упрочнения, именуемый законом Холла-Петча:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}},$$

где d – размер зерна (м), σ – минимальное механическое напряжение, при котором возникают пластические деформации в поликристаллическом материале с размером зёрен d (МПа), σ_0 – минимальное механическое напряжение, при котором возникают пластические деформации в монокристаллическом материале (МПа, таблица 1), k – коэффициент, зависящий от природы материала (МПа·м^{0,5}).

Таблица 1. Значения σ_0 для монокристаллической меди, легированной стали 20Х и паутины

Материал	σ_0 , МПа
Монокристаллическая медь	25
Легированная сталь 20Х	550
Паутина	1150

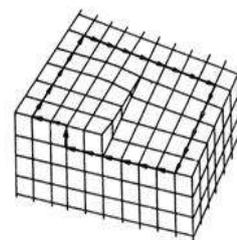
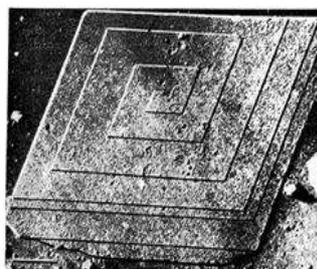
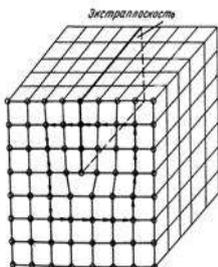
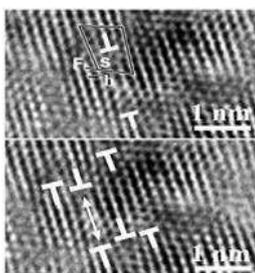
1. Что такое дислокация в кристалле? Какие бывают виды дислокаций? **(2 балла)**
2. Оцените отношение механических напряжений, которые необходимо приложить к монокристаллическому и поликристаллическому ($d = 10$ мкм) медным стержням, чтобы растянуть их на 0,01%. Модуль Юнга меди равен 110 ГПа. **(4 балла)**
3. Может ли минимальное механическое напряжение, вызывающее пластические деформации в меди, оказаться таким же, как у легированной стали 20Х или паутины? Ответы обоснуйте. Для меди $k = 0,11$ МПа·м^{0,5}, а характерный размер дислокаций составляет около 20 нм. **(4 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 7. Что прочнее?

1. Дислокация – это протяжённый одномерный структурный дефект в кристаллическом материале. Дислокации бывают краевыми, винтовыми и смешанными.



Краевые дислокации и их схематичное изображение

Винтовая дислокация и её схематичное изображение

2. Поскольку модуль Юнга меди равен 110 ГПа, а минимальное механическое напряжение, при котором возникают пластические деформации в монокристаллической меди, равно 25 МПа, то закон Гука оказывается справедливым вплоть до относительного удлинения, равного

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E}$$

$$\varepsilon = \frac{25 \text{ МПа}}{110 \text{ ГПа}} = 2,3 \cdot 10^{-4} = 0,023\%$$

Следовательно, относительное удлинение 0,01% соответствует области упругих деформаций, происходящих без структурных изменений. Для поликристаллического стержня это утверждение также справедливо, так как для него минимальное механическое напряжение, при котором возникают пластические деформации, ещё больше:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}}$$

$$\sigma = 25 \text{ МПа} + \frac{0,11 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}}{\sqrt{10 \cdot 10^{-6} \text{ м}}} \approx 60 \text{ МПа}$$

Таким образом, деформации в 0,01% ни в случае монокристаллической, ни в случае поликристаллической меди сопровождаются движением дислокаций не будут. Поэтому в обоих случаях необходимо приложить одно и то же напряжение, то есть их отношение равно 1.

3. По формуле, приведённой в условии задачи, несложно рассчитать, что

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}}$$

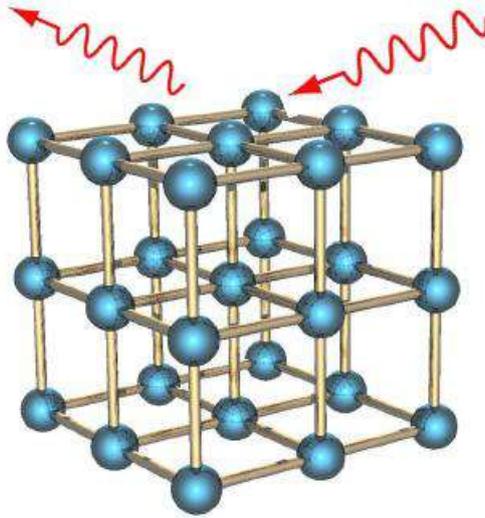
$$d = \left(\frac{k}{\sigma - \sigma_0} \right)^2$$

$$d_1 = \left(\frac{0,11 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}}{550 \text{ МПа} - 25 \text{ МПа}} \right)^2 = 44 \text{ нм}$$
$$d_2 = \left(\frac{0,11 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}}{1150 \text{ МПа} - 25 \text{ МПа}} \right)^2 = 10 \text{ нм}$$

То есть, размер зёрен, теоретически необходимый для достижения механического напряжения, которое вызывает пластические деформации в легированной стали 20Х и паутине, составляет порядка 44 нм и 10 нм соответственно. Первое из них значительно больше характерного размера дислокаций в меди, а второе – меньше. Это означает, что в медном материале с размером кристаллитов 10 нм дислокаций внутри зёрен быть не может. Поэтому и упрочняться такой материал тоже не будет: наименьший размер зерна, при котором выполняется соотношение Холла-Петча, примерно равен длине дислокации. Таким образом, механическое напряжение, вызывающее пластические деформации в меди, действительно может оказаться таким же, как у легированной стали 20Х, но оно никогда не достигнет значения, характерного для паутины.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 8. Подвижные наночастицы



При изучении нанообъектов нередко возникает проблема их нежелательного дрейфа (подвижности) за счет тепловых колебаний, воздействия зондирующего излучения и т.п. В качестве примера рассмотрим воздействие рентгеновских лучей на кристаллическую наночастицу. Несмотря на крайне низкое поглощение рентгеновского излучения веществом, в определенных условиях все-таки происходит заметное смещение наночастиц за счет эффективного отражения рентгеновских лучей. Пусть наночастица имеет форму куба, обладает кубической кристаллической решеткой (см. рисунок) с постоянной решетки $a = 0.335$ нм и располагается изначально на одной из своих граней (нижней).

Оцените, какую максимальную силу давления может оказывать падающее на верхнюю грань такого куба рентгеновское излучение с длиной волны $\lambda = 0.2$ нм, если известно, что при плавном изменении угла падения излучения в интервале от 0° до 90° максимальный измеренный поток отраженных фотонов составлял $n_{\max} = 10^{12}$ с $^{-1}$. Постоянная Планка $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. **(10 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 8. Подвижные наночастицы

Максимальное воздействие рентгеновского излучения будет осуществляться в случае выполнения условия дифракции, так как именно в таких условиях будет отражаться максимальная доля падающего излучения, и, следовательно, наночастица получит максимальную «отдачу». Условие дифракции (условие Вульфа-Брэгга):

$$2d\sin\theta_{\text{диф}} = n\lambda$$

где d – межплоскостное расстояние, $\theta_{\text{диф}}$ – угол скольжения падающего луча, n – порядок дифракции, λ – длина волны. Для рассматриваемой в задаче наночастицы d совпадает с постоянной решетки a . В свою очередь, наибольшее отражение будет наблюдаться в первом порядке дифракции, т.е. $n = 1$.

Определим угол скольжения падающего излучения $\theta_{\text{диф}}$, при котором выполняется условие Вульфа-Брэгга:

$$\sin\theta_{\text{диф}} = \frac{\lambda}{2d} \approx 0.3$$

Фотон рентгеновского излучения обладает импульсом:

$$p = \frac{h}{\lambda} \approx 3.3 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

где h – постоянная Планка.

Отражаясь под тем же углом $\theta_{\text{диф}}$ каждый падающий фотон излучения изменяет свой импульс на величину:

$$\Delta p = 2 \frac{h}{\lambda} \sin\theta_{\text{диф}},$$

При этом этот вектор перпендикулярен к поверхности наночастицы и направлен от нее. Так как взаимодействие упругое (длина волны не изменяется), то такой же по величине и противоположный по направлению импульс получает наночастица в виде отдачи.

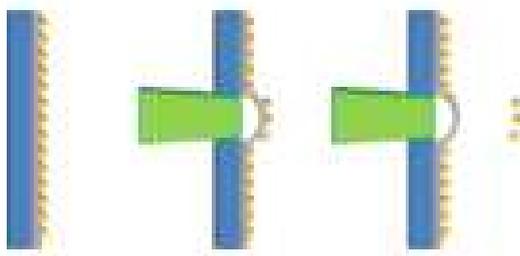
По второму закону Ньютона сила воздействия со стороны каждого кванта рентгеновского излучения в единицу времени Δt может быть выражена как $F_i = \frac{\Delta p}{\Delta t}$. Результирующая максимальная сила давления со стороны N отраженных фотонов (поток $n_{\text{max}} = N/\Delta t$) будет равна:

$$F_{\text{summ}} = N \frac{\Delta p}{\Delta t} = n_{\text{max}} \Delta p = 2n_p \frac{h}{\lambda} \sin\theta_{\text{диф}} \approx 2 \cdot 10^{-12} \text{ Н} = 2 \text{ пН}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 9. Лазерный перенос наночастиц

Манипуляция отдельными наночастицами является весьма непростой задачей. Так, например, для ее решения может быть использована методика лазерного переноса, которая позволяет переносить отдельные наночастицы из большого массива в заданное место с высокой точностью. Суть метода состоит в следующем. На прозрачную подложку наносится тонкая пленка из металла, на которую предварительно осаждается подготовленный для переноса массив наночастиц. Далее металлическая пленка освещается через прозрачную подложку коротким лазерным импульсом, нагревается и вздувается в результате термического расширения (см. рис.). Получив достаточную энергию, отдельные наночастицы «стряхиваются» с пленки и переносятся на приемную поверхность.



В какой момент времени после начала действия фемтосекундного лазерного импульса наночастицы золота (плотность $\rho = 19.32 \text{ г/см}^3$) диаметром $d = 40 \text{ нм}$ оторвутся от поверхности пленки, если известно, что при вздутии пленка движется с ускорением, изменяющимся по закону $a = A \cdot \sin(\omega t)$, где $A = 6 \cdot 10^7 \text{ м/с}^2$, $\omega = 2.5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, общее время вздутия пленки составило 180 мкс, а сила притяжения, удерживающая наночастицы на пленке, равна $F_{\text{притяж}} = 30 \text{ пН}$? **(10 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 9. Лазерный перенос наночастиц

Наночастицы смогут оторваться от металлической пленки в случае, если сила инерции, возникающая вследствие ускоренного движения, превысит силу притяжения наночастиц к пленке. Запишем проекцию второго закона Ньютона для центральной наночастицы (из трех отделившихся на рисунке) на горизонтальную ось, направление которой совпадает с направлением движения наночастицы:

$$ma = N - F_{\text{притяж}}$$

где N – сила реакции со стороны пленки, а $F_{\text{притяж}}$ известна. В момент отрыва наночастицы сила N обращается в ноль, следовательно, ускорение должно удовлетворять «пограничному» условию:

$$a_0 = \frac{-F_{\text{притяж}}}{m}$$

где знак «минус» указывает на отрицательное значение ускорения, т.е. пленка с наночастицами замедляется, и именно в процессе замедления наночастицы могут в принципе оторваться от пленки. Исходя из синусоидального закона изменения ускорения со временем, отрицательные значения ускорения достигаются при $t > T/2$, где период синуса $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 251$ мкс, а наибольшее отрицательное значение ускорения соответствует моменту времени $\frac{3}{4}T \approx 188$ мкс.

Масса наночастицы: $m = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 \rho \approx 6.5 \cdot 10^{-19}$ кг

«Пограничное» значение ускорения, при котором наночастицы начнут отрываться: $a \approx -4.6 \cdot 10^7$ м/с², что соответствует моментам времени:

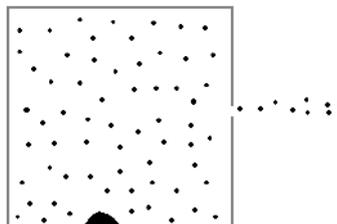
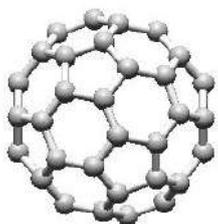
$$t_0 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{a_0}{A} = \frac{1}{2.5 \cdot 10^4} \arcsin(-0.766) \approx 160 \text{ или } 216 \text{ мкс,}$$

из которых только первый удовлетворяет условию $t_0 < 180$ мкс.

Ответ: 160 мкс.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 10. Наномяч



В откачанную до высокого вакуума ячейку объемом 1 см^3 с квадратным отверстием размером 1 мкм , помещают навеску бакибола (фуллерена C_{60}) массой 10 мг . В результате в ячейке устанавливается температура 800 К . Считать, что молекула бакибола испытывает абсолютно упругие столкновения и является жесткой, кинетическая энергия распределяется одинаково по всем степеням свободы. Диаметр бакибола составляет 0.7 нм , масса атома углерода $m_{\text{C}} = 12 \text{ а.е.м.}$ Отличием средних от средних квадратичных скоростей можно пренебречь.

1. Из каких слагаемых состоит кинетическая энергия движущегося в пространстве бакибола? Сколько степеней свободы при таком движении имеет бакибол? **(1 балл)**
2. Основываясь на молекулярно-кинетической теории:
 - а) оцените среднюю скорость молекул бакибола **(2 балла)**;
 - б) примерно оцените среднюю частоту их вращения (в ГГц). **(3 балла)**
3. Оцените время, за которое навеска фуллерена полностью сублимируется, если парциальное давление фуллерена в камере при этом составляет 0.4 Па . **(3 балла)**
4. Как можно экспериментально измерить такое маленькое давление молекул бакиболов? **(1 балл)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Наномяч в вакууме

1. Как и для мяча, кинетическая энергия бакибола складывается из двух слагаемых – кинетической энергии поступательного движения и кинетической энергии вращения. Фуллерен, как и мяч, будет иметь 6 степеней свободы: 3 поступательных (поступательное движение относительно осей x, y, z) и 3 вращательных (вращение в пространстве относительно осей x, y, z).
2. а) Поступательное движение фуллерена:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT \quad (2.1)$$

(на каждую из трех степеней свободы приходится энергия $1/2 \cdot kT$).

Тогда

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3kTN_a}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (2.2)$$

(т.к. расчет производится для единичной молекулы).

Подставляя $M = 60m_c = 0,72$ кг/моль, находим среднюю скорость бакибола (на самом деле среднюю квадратичную, но, согласно условию, ее отличаем от средней пренебрегаем) при 800К, $v = \underline{166}$ м/с.

б) Рассмотрим вращение фуллерена. На три степени свободы вращения будет так же приходиться кинетическая энергия вращения

$$3/2 \cdot kT. \quad (2.3)$$

Тогда кинетическая энергия вращения составит:

$$E = \sum_{i=1}^{60} \frac{m_c v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^{60} \frac{m_c (r_i \omega)^2}{2} = \frac{I \omega^2}{2}, \quad (2.4)$$

где

- $I = \sum_{i=1}^{60} m_c r_i^2$ – момент инерции фуллерена,
- ω – средняя (средняя квадратичная) угловая скорость,
- m_c – масса атома углерода,
- r_i – расстояние i -го атома углерода от оси вращения,
- 60 – число атомов углерода в молекуле бакибола.

Поскольку расстояния всех атомов фуллерена до центра молекулы равны и число атомов углерода 60, что достаточно много, то для дальнейших оценок удобно приближенно считать бакибол полый сферой, вся масса которой равномерно распределена по поверхности. Момент инерции сферы составляет

$$I = 2/3 \cdot m r^2 \quad (2.5)$$

(формулу можно взять в справочнике или вывести путем несложного интегрирования).

Приравнявая (2.3) к (2.4), получаем уравнение

$$\frac{I \omega^2}{2} = \frac{3}{2} kT \quad (2.6)$$

Выражая ω из (2.6) и подставляя и ее, и (2.5) в

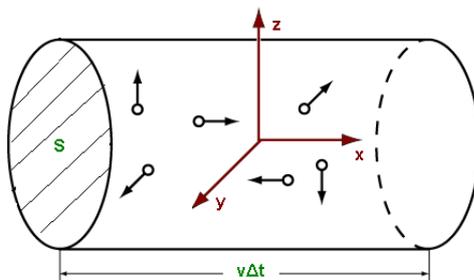
$$v = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad (2.7)$$

получаем:

$$v = \sqrt{\frac{9RT}{8\pi^2 M r^2}}, \quad (2.8)$$

$$v = \sqrt{\frac{9 \cdot 8,31 \cdot 800}{8 \cdot 3,14^2 \cdot 0,72 \cdot (0,35 \cdot 10^{-9})^2}} \approx 9,3 \cdot 10^{10} \text{ (Гц) или } \underline{93} \text{ ГГц.}$$

3. Поскольку давление в процессе сублимации навески по условию постоянно, то скорость сублимации будет равна числу молекул бакибола, «столкнувшихся» с отверстием за единицу времени.



Для расчета этого потока, воспользуемся логикой вывода основного уравнения МКТ.

- Если считать, что направление движения каждой молекулы случайно, то вдоль оси x движется в среднем каждая третья молекула, из них половина движется к отверстию, а половина – от отверстия.
- Если в единице объема содержится C_N молекул газа, то в сторону отверстия по оси x будут двигаться примерно $1/6 \cdot C_N$ молекул (на самом деле $1/4 \cdot C_N$, но в рамках школьной программы это строго не выводится).
- За время Δt путь молекулы со скоростью v составит $v \Delta t$.
- Тогда, при концентрации молекул в единице объема C_N , через отверстие площадью S за время Δt камеру покинет $1/6$ количества молекул, находящихся в объеме изображенного на рисунке цилиндра, или

$$\Delta N = 1/6 \cdot C_N S v \Delta t. \quad (3.1)$$

- Концентрация молекул бакибола C_N в камере постоянна, поскольку по условию давление в течение всего процесса сублимации постоянно.
- Поскольку

$$pV = nRT = N/N_a \cdot RT = NkT \quad (3.2)$$

и, по определению,

$$C_N = N/V, \text{ то } C_N = p/(kT), \quad (3.3)$$

тогда:

$$\Delta N = \frac{1}{6} \cdot C_N S v \Delta t = \frac{pSv\Delta t}{6kT}. \quad (3.4)$$

Подставляя v из (2.2) в (3.4), получаем:

$$\Delta N = \frac{pS}{6kT} \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Delta t = \frac{pSN_a}{2} \sqrt{\frac{1}{3MRT}} \Delta t \quad (3.5)$$

$$\text{Или } \Delta t = \frac{2\sqrt{3MRT}}{pS} \frac{\Delta N}{N_a} = \frac{2\sqrt{3MRT}}{pS} \Delta n = \frac{2m\sqrt{3RT}}{pS\sqrt{M}}, \quad (3.6)$$

и, учитывая, что $S = d^2$, получаем:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \sqrt{3 \cdot 8,31 \cdot 800}}{0,4 \cdot (1 \cdot 10^{-6})^2 \sqrt{0,72}} = 8,3 \cdot 10^9 \text{ с.}$$

Найдем массу фуллерена, которая находится в виде пара в ячейке. Поскольку

$$pV = m/M \cdot RT \text{ и } V = a^3,$$

$$\text{то } m = \frac{pa^3M}{RT} = \frac{0,4 \cdot (1 \cdot 10^{-6})^3 \cdot 720}{8,31 \cdot 800} = 4,3 \cdot 10^{-20} \text{ г,} \quad (3.7)$$

следовательно, эту массу можно не учитывать по сравнению с массой навески фуллерена.

4. Установив напротив отверстия гибкий кантилевер или гибкую пластинку, можно по углу изгиба определить действующую на них силу, равную силе давления паров бакибола, приходящуюся на площадь отверстия. Следовательно, рассчитать давление в ячейке.

Как следует из предыдущего пункта, скорость сублимации бакибола также зависит от давления, поэтому, измеряя зависимость массы ячейки от времени, можно найти давление через тангенс угла наклона этой зависимости.