

Модель нервного импульса (8 баллов)

Аксоны, по которым нейроны передают сигналы, представляют собой заполненные электролитом (аксоплазмой) микротрубки, в которых внутренняя проводящая среда отделена от межклеточного электролита мембраной. Возникающий при передаче сигнала электрический ток – движение ионов в аксоплазме по аксону – сталкивается с электрическим сопротивлением аксоплазмы и электростатическими эффектами, вызванными перераспределением зарядов на оболочке. При этом передача сигнала между последовательными элементами в такой цепи дискретна: т.е. каждый элемент (например, соседний нейрон) не включается до тех пор, пока на его «вход» не поступит достаточное напряжение с «выхода» предыдущего элемента. Упрощенно, электрическая схема такой последовательности может быть представлена следующим образом:

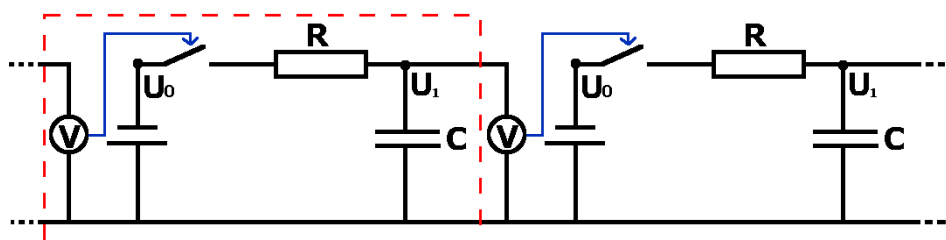
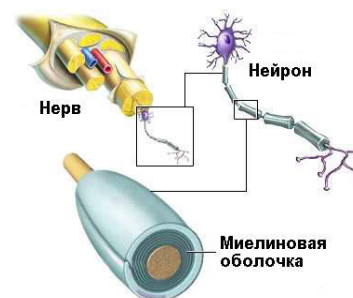


Рис.1 Электрическая схема модели передачи нервного импульса. Резистору условно соответствует электрическое сопротивление элемента R , а конденсатору – емкость его мембраны C . Следующий элемент включается тогда, когда напряжение на конденсаторе достигнет некоторого порогового значения (т.е. конденсатор зарядится).

1. Как будет меняться со временем напряжение U_1 на конденсаторе C при подаче на вход этого элемента напряжения U_0 ? Какую величину считают временем заряда конденсатора? (2,5 балла)

2. Если длина одного элемента равна l , какова будет скорость распространения сигнала по последовательности из таких элементов? (0,5 балла)

Отличительной особенностью некоторых аксонов позвоночных является наличие миелиновой оболочки – дополнительной электроизолирующей мембранной оболочки, многократно обернутой вокруг аксона подобно изоляционной ленте.



3. В рамках приведенной модели рассчитайте (4 балла) скорость распространения нервного импульса по покрытым и не покрытым миелиновой оболочкой аксонам, если:

- длина одного элемента $l = 1$ мм;
- радиус аксонов $r = 5$ мкм;
- толщина липидной мембраны $d_1 = 5$ нм;
- суммарная толщина липидной мембраны с миелиновым слоем $d_2 = 1$ мкм;

- диэлектрическая проницаемость липидов и миелина $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-11}$ Ф/м;

- удельное сопротивление аксоплазмы $\rho = 2$ Ом*м.

4. Исходя из полученного результата, поясните, с какой «электротехнической» целью природой были созданы миелиновые нанопокрывтия нервов. (1 балл)

Ответ.

1. $U_1(t) = U_0 \left(1 - e^{-t/RC} \right)$

Временем зарядки конденсатора называют промежуток времени, за который потенциал достигнет значения $U_0(1 - e^{-1}) \approx 0,63U_0$.

$$-\frac{\tau}{RC} = -1 \text{ или } \tau = RC.$$

2. Скорость распространения равна скорости прохождения отдельного элемента:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{l}{\tau} = \frac{l}{RC} = \frac{l}{\left(\frac{\rho l}{\pi^2}\right) \cdot \left(\frac{2\pi l \varepsilon_a}{d}\right)} = \frac{\pi^2 l d}{2\pi \varepsilon_a \rho l^2} = \frac{rd}{2\rho \varepsilon_a l}$$

Здесь $C = \frac{\varepsilon_a \cdot 2\pi l}{\ln\left(\frac{r+d}{r}\right)} = \frac{2\pi l \varepsilon_a}{\ln\left(1 + \frac{d}{r}\right)} \approx \frac{2\pi l \varepsilon_a r}{d}$ емкость цилиндрического конденсатора при $d \ll r$.

3.

Без миелинового слоя: $v_1 = \frac{rd_1}{2\rho \varepsilon_a l} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-11} \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 0,125$ м/с

С миелиновым слоем: $v_2 = \frac{rd_2}{2\rho \varepsilon_a l} = \frac{5 \cdot 10^{-6} \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^{-11} \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 25$ м/с

4. Миелиновое покрытие необходимо для увеличения скорости передачи нервного импульса.