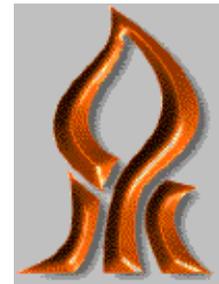
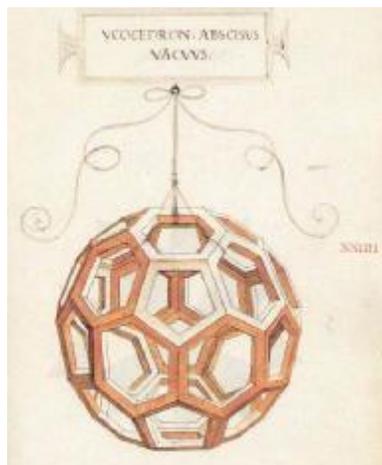


ФУЛЛЕРЕНЫ, НАНОКЛАСТЕРЫ И НАНОТРУБКИ: ФОРМА И СТРУКТУРА - ОТ МАТЕМАТИКИ К ФИЗИКЕ И ХИМИИ, БИОЛОГИИ И АРХИТЕКТУРЕ



Е. А. Кац

**Dept. of Solar Energy and Environmental Physics,
The Jacob Blaustein Institutes for Desert Research,
Ben-Gurion University of the Negev,
Sede Boqer Campus**



Leonardo, 1509



A. Dürer, 1497-98

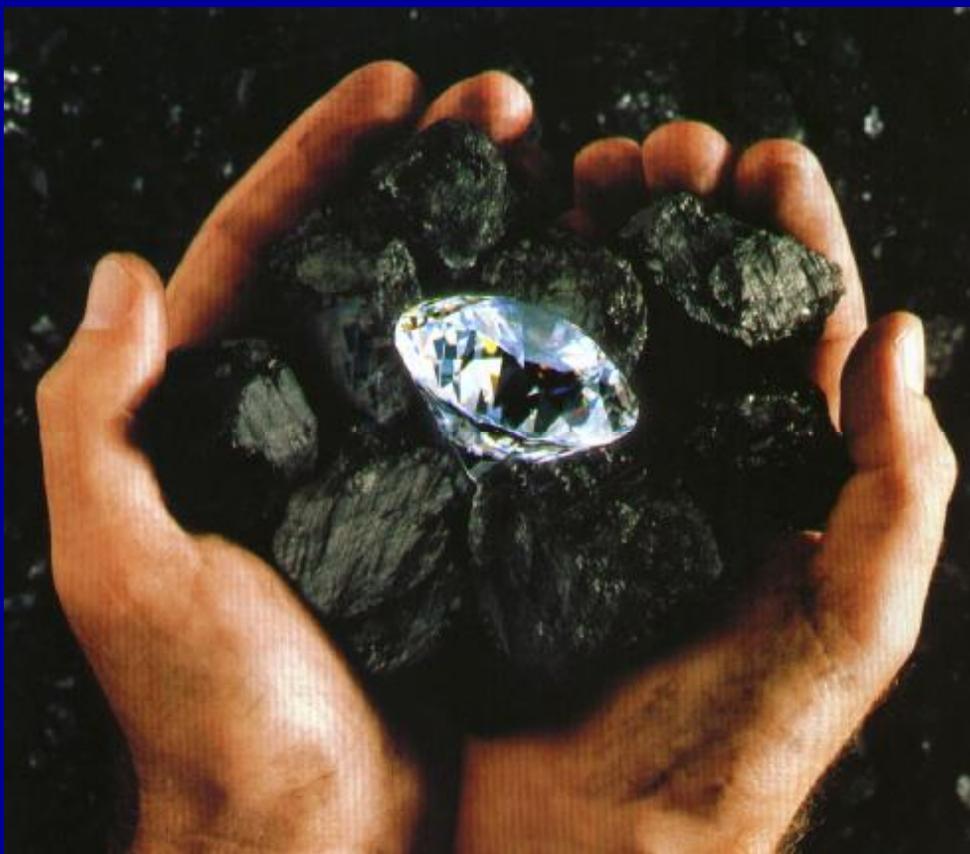


Содержание

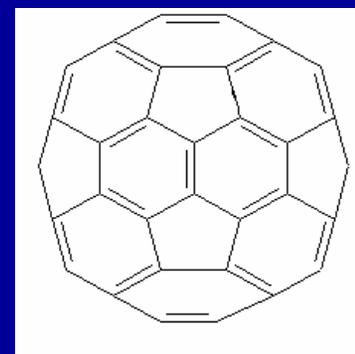
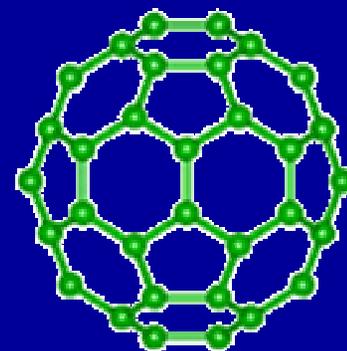
1. Открытие молекулы C_{60}
2. Энергетическая геометрия и геодезические купола Бакминстера Фуллера
3. История изучения многогранников: наука и искусство
4. Теорема Эйлера о многогранниках
5. Фуллереноподобные структуры молекул и нанокластеров, вирусов, микроорганизмов и зданий (разные масштабы – похожие принципы)

Аллотропные модификации углерода

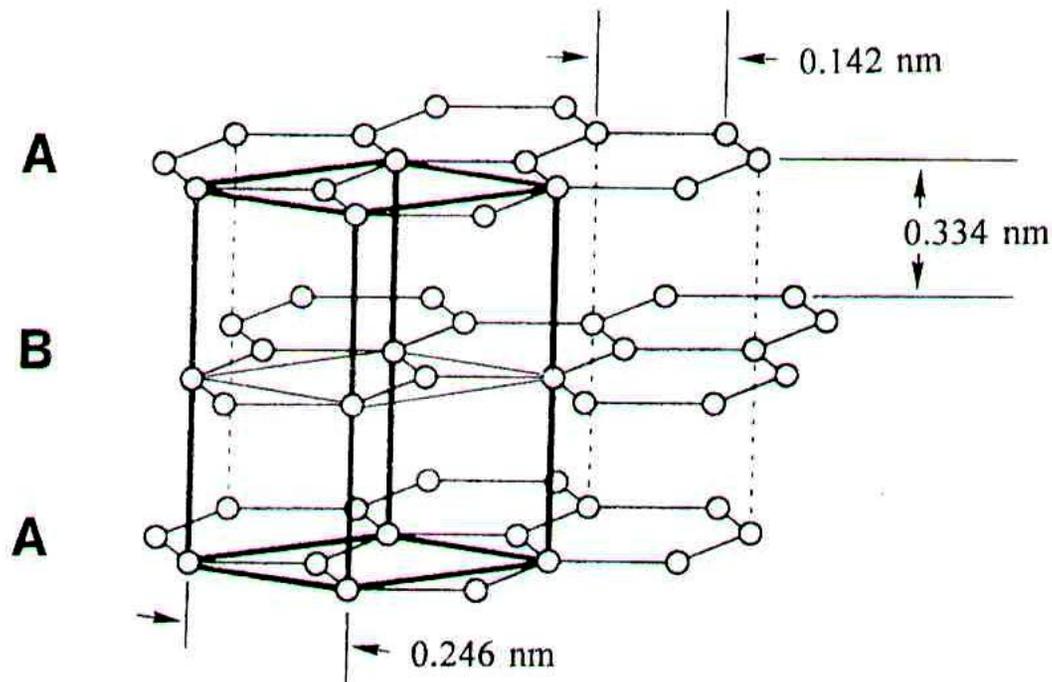
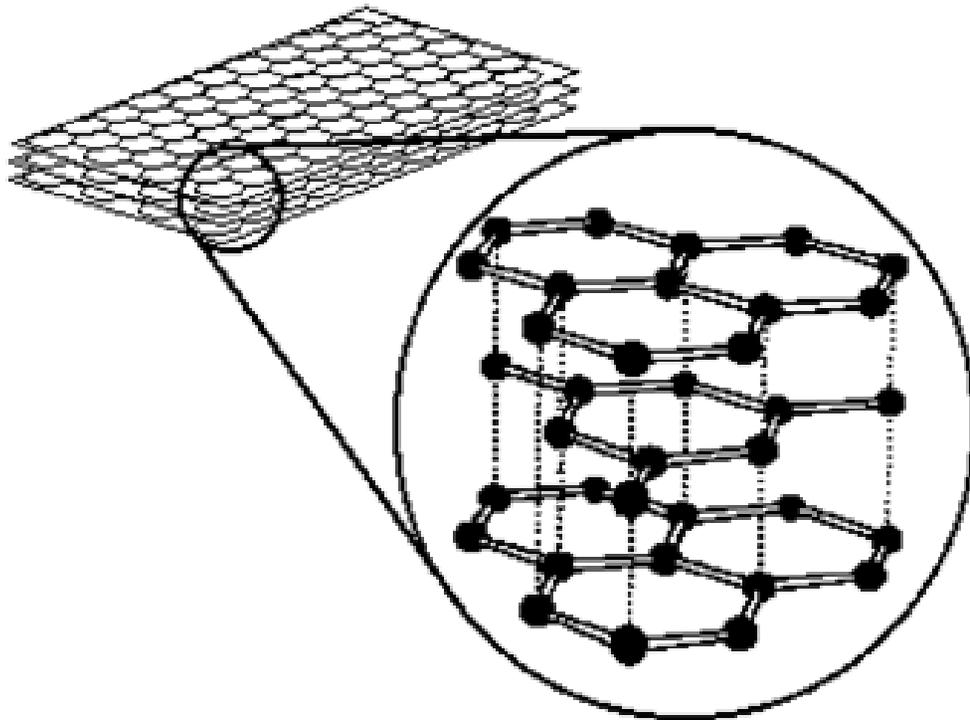
Графит и алмаз



C_{60}



1985



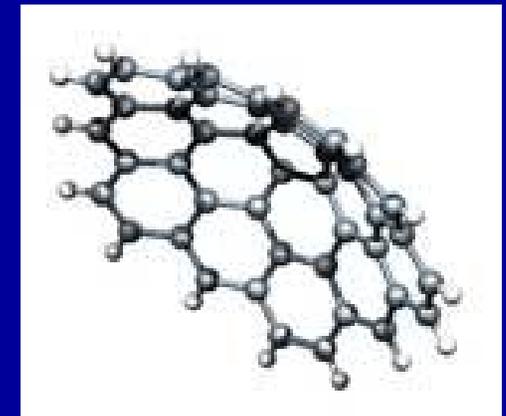
Кристаллическая структура графита

D.E.H. Jones, *New Scientist* 32, 245 (3 November 1966).

**D. E. H. Jones, *The Inventions of Daedalus* (W. H. Freeman,
Oxford, 1982).**

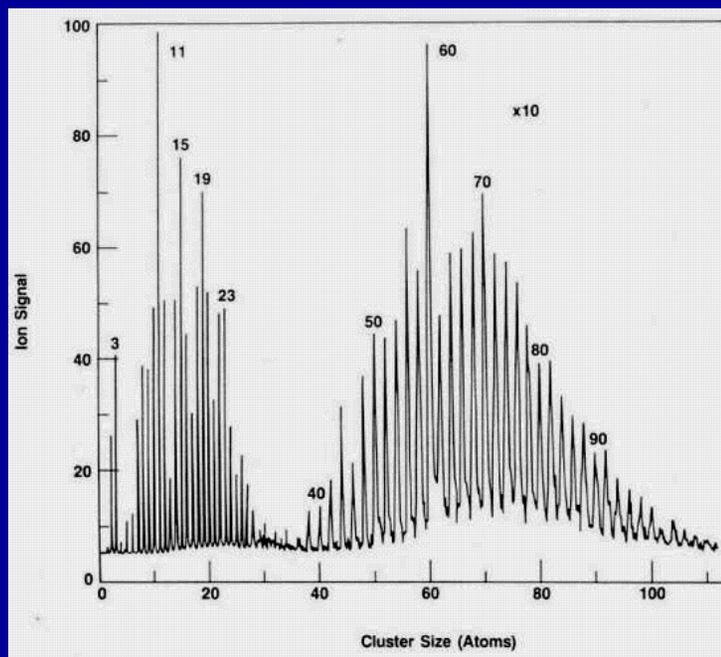


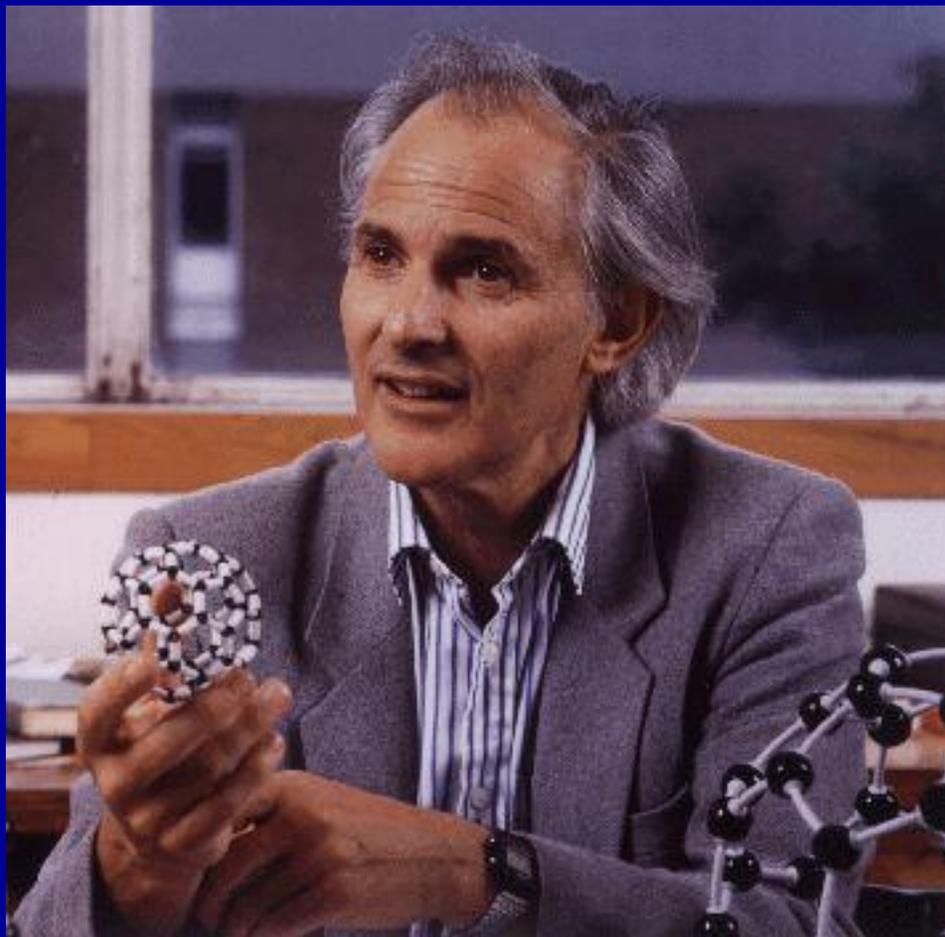
Внедрение в графитовый слой, состоящий из правильных шестиугольников, дефектов в виде пятиугольников может превратить этот плоский слой в полузамкнутую оболочку - гигантскую каркасную молекулу углерода



E.A. Rohlfing, D.M. Cox, A. Kaldor, J. Chem. Phys. 81, 3322 (1984).

**Смолли, Нобелевская лекция:
“Упомянутый масс-спектр
характеризовался тремя
различными областями: (1) областью
малых кластеров, содержащих менее
25 атомов и состоящих из цепочек и
моноциклических колец, столь
хорошо известных по результатам
ранних исследований; (2)
”запрещённая зона” между 25 и 35
атомами; (3) распределение
кластеров с чётным числом атомов,
простирающееся от без малого 40 до
150 и более.**



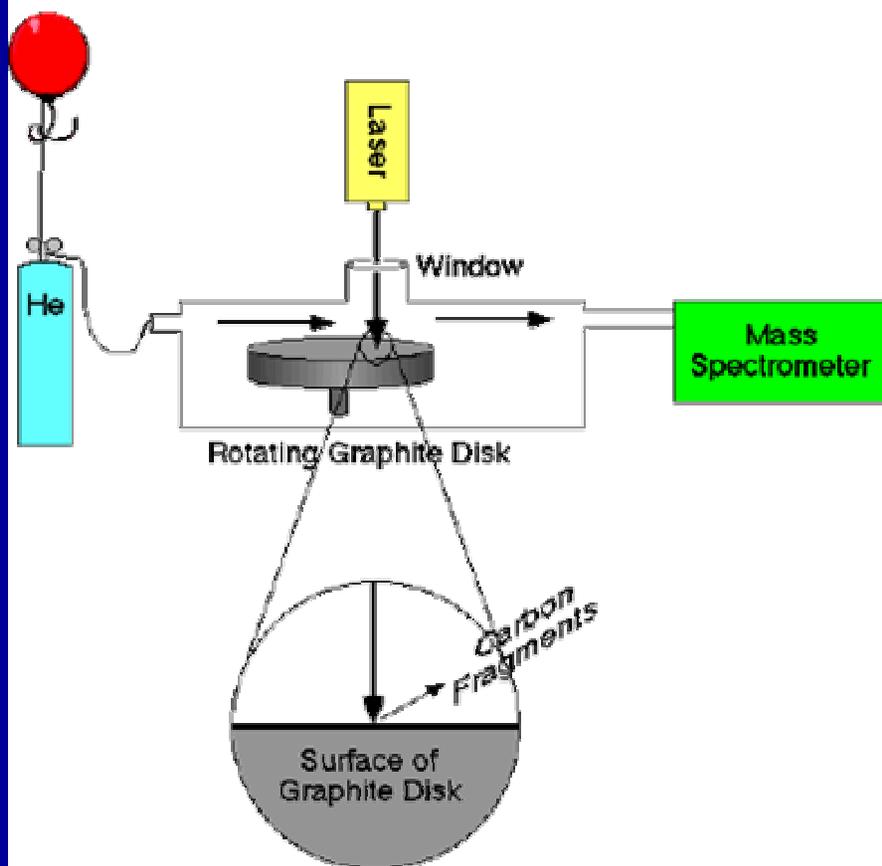


Harold Kroto

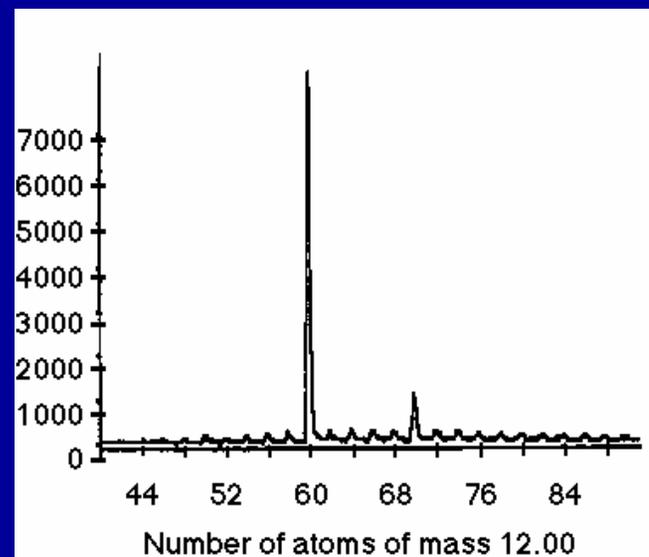


Richard E. Smalley (1943-2005)

Иерусалим, 1995



Сентябрь 1985,
Rice University



Структура C_{60}

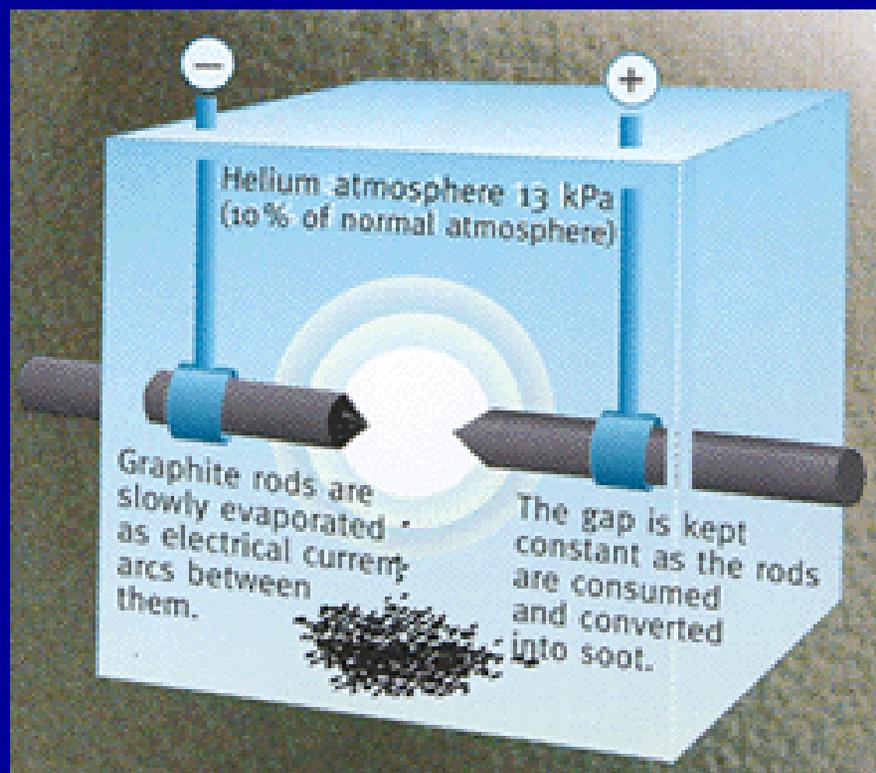


12 пятиугольников,
20 шестиугольников

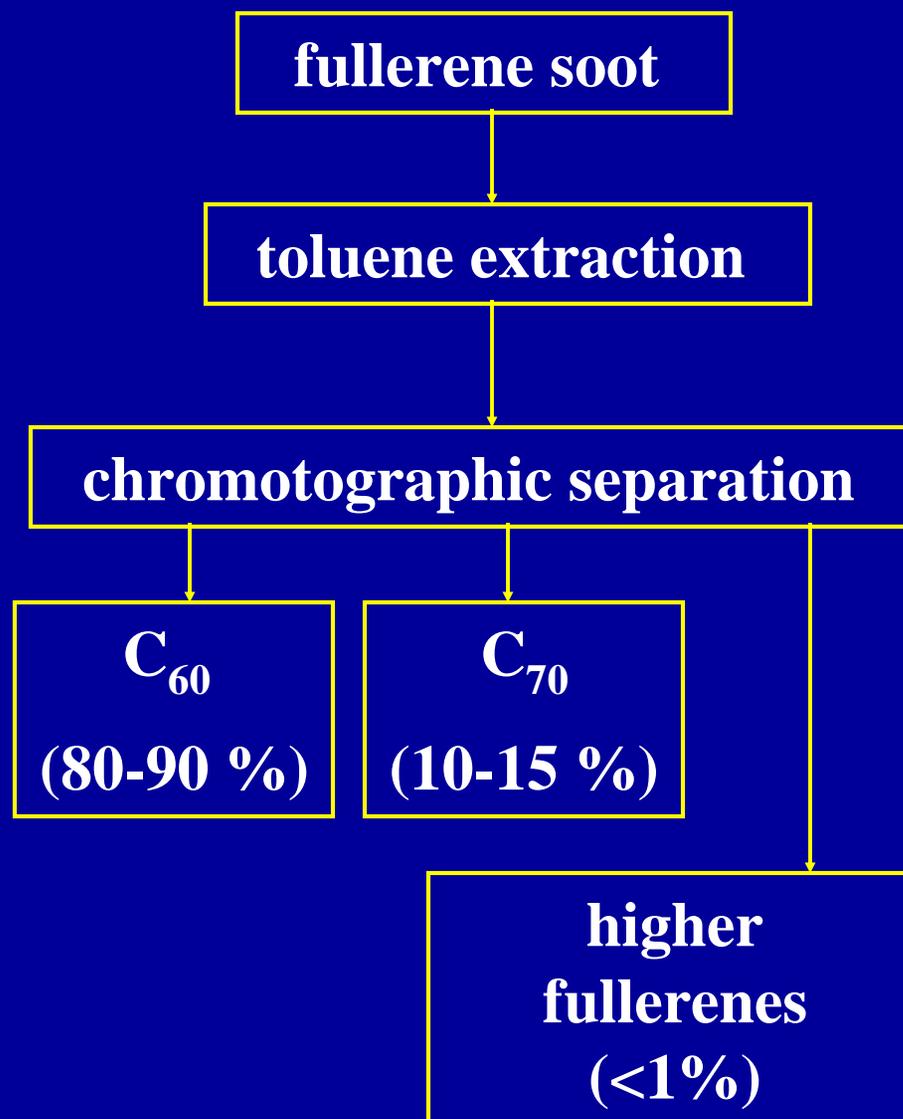
C_{60} -*Buckminsterfullerene*

H.W. Kroto, J.R. Heath, S.C.
O'Brien, R.F. Curl and R.E.
Smalley, *Nature* 318, 162 (1985).

W. Krätschmer, L.D. Lamb, K. Fostiropoulos and D.R. Huffman,
Nature, 347, 354 (1990).



**Arc vaporization apparatus
for generation fullerene
containing soot**



Структура C₆₀



12 пятиугольников,
20 шестиугольников

C₆₀-Buckminsterfullerene

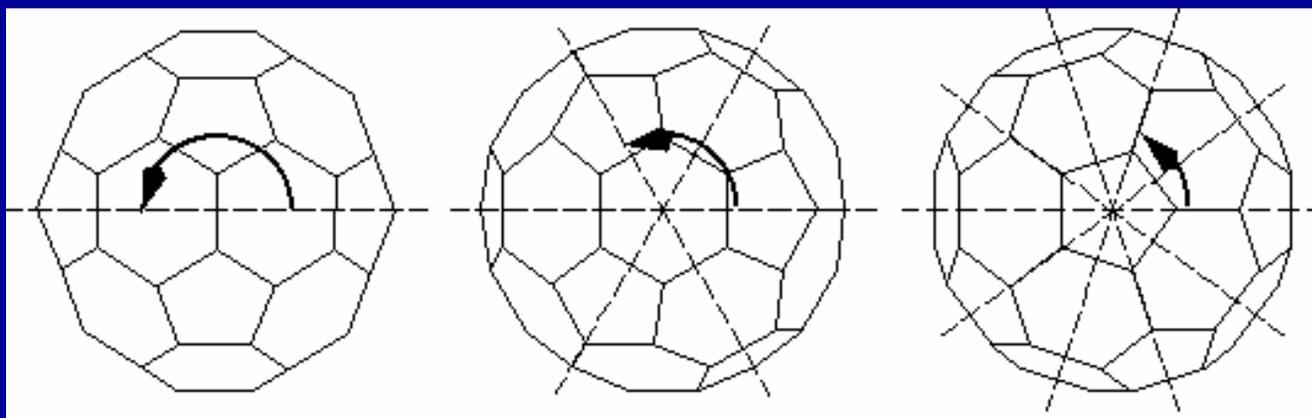
$$D = 7.1 \text{ \AA}$$

H.W. Kroto, J.R. Heath, S.C.
O'Brien, R.F. Curl and R.E.
Smalley, *Nature* **318**, 162 (1985).

**Kroto, Curl, Smalley – Нобелевская премия по химии,
1996**

“История открытия C₆₀ не может быть правильно оценена без учёта красоты формы этой молекулы, которая обусловлена её невероятной симметрией. Другой важный аспект, создающий ауру вокруг этой молекулы связан с её названием бакминстерфуллерен, которое вызывает ассоциацию с геодезическими куполами Бакминстера Фуллера. Всё это придаёт нашей элегантной молекуле харизму, которая очаровала учёных, привела в восторг обывателей, добавила энтузиазма молодым в их отношении к науке и, в частности, придала свежее дыхание химии”

H.W. Kroto, Nobel Lecture, December 7, 1996



ось вращения II порядка ось вращения III порядка ось вращения V
порядка

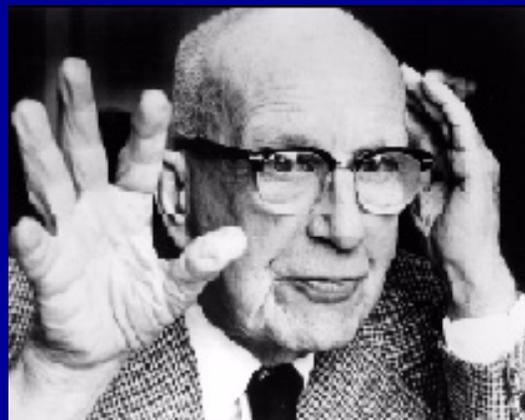
“Эти группы (I и I_h) не имеют физического интереса, так как не осуществляются в природе в качестве групп симметрии молекул”

Л. Ландау и Е. Лившиц “Теоретическая физика”, 1948.

2. Энергетическая геометрия и геодезические купола Бакминстера Фуллера

Richard Buckminster Fuller (1895-1983) –

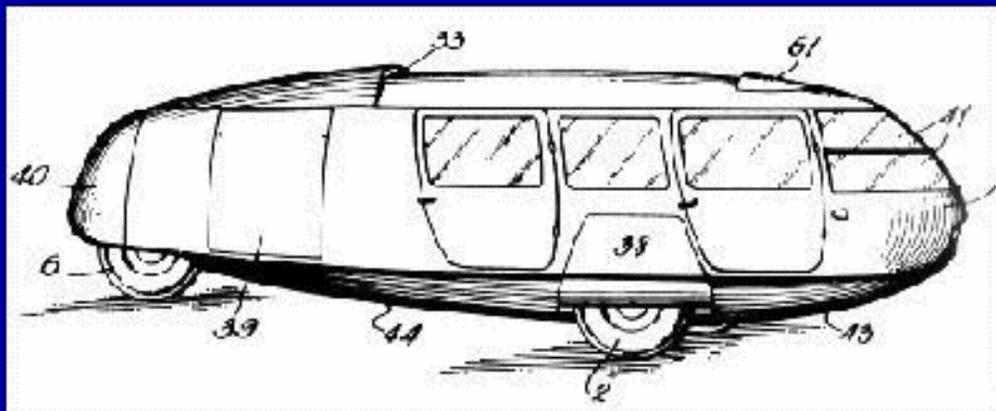
архитектор и изобретатель, геометр и картограф, поэт и философ, один из самых оригинальных мыслителей XX века (*Encyclopedia Britanica*)



*Dymaxion House,
1928. Wichita, Texas*

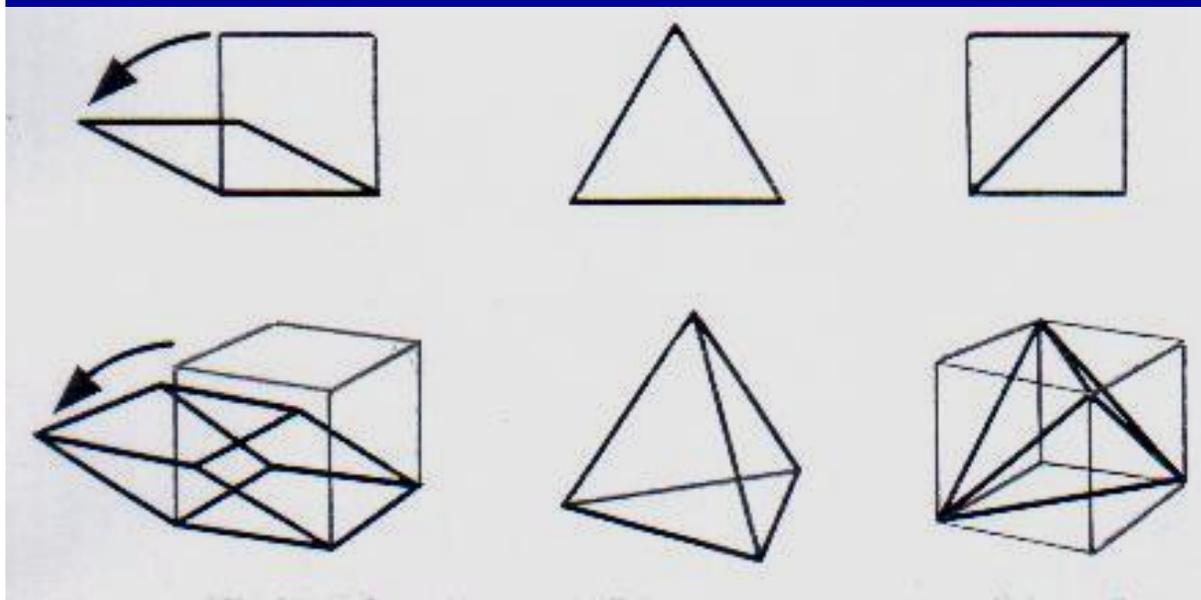
**1927, цель жизни:
разработка стратегии
оптимального
использования мировых
ресурсов энергии и
социальной эволюции
современной индустрии**

Dymaxion Car, 1928-1933



190 км/час, 12 пассажиров

Энергетически-Синергетическая геометрия

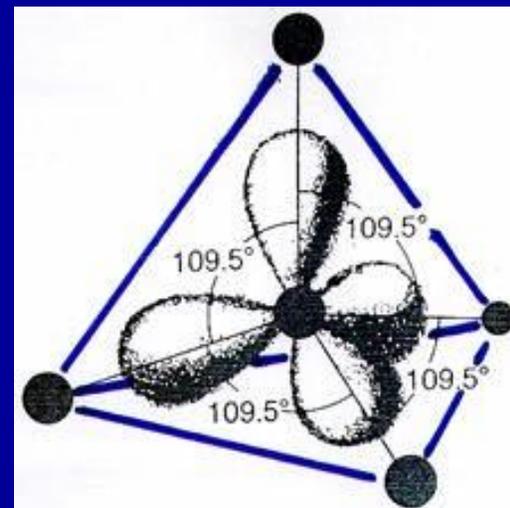


а

б

в

Тетраэдрическая конфигурация атомов углерода, Якоб Вант Гофф, 1874 (1-я Нобелевская пр. по химии, 1901)

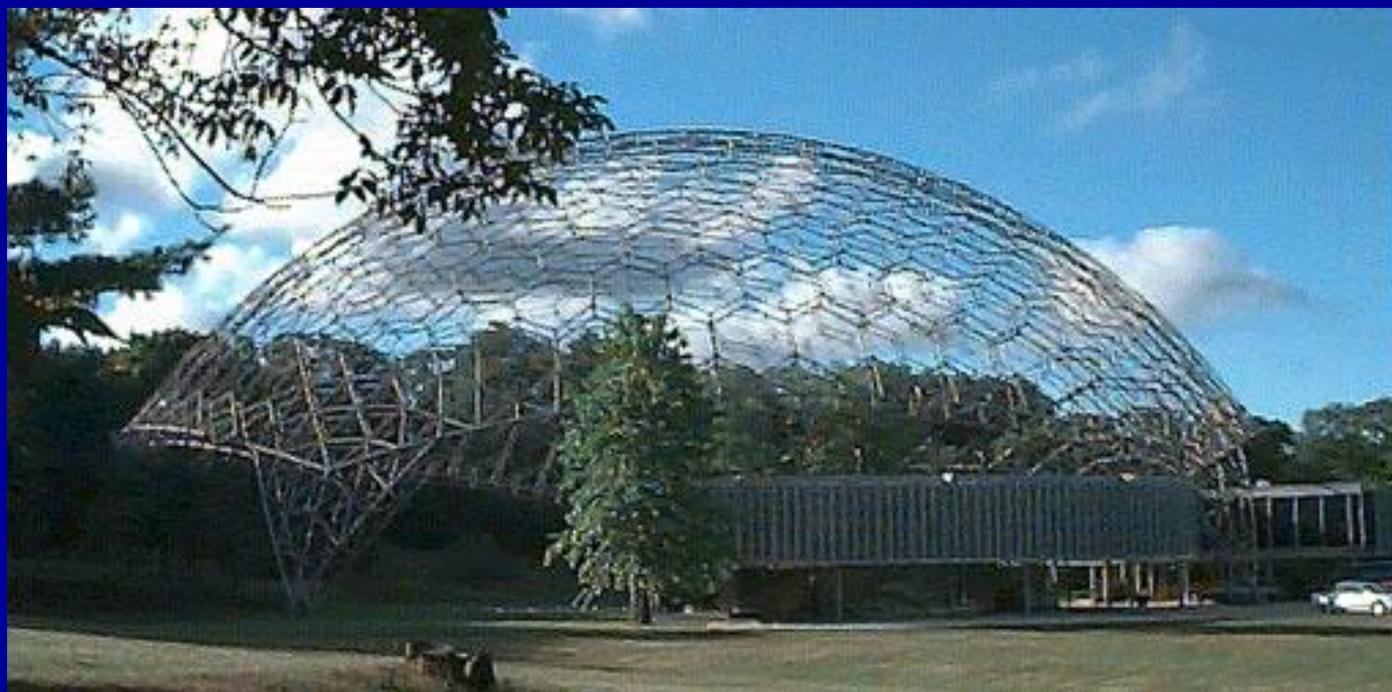


Большинство конструкций, изготовленных человеком, базируется на внутренне нестабильных или, как характеризует их Фуллер, “неуклюжих” формах - квадрате и кубе (а). Природа же использует в своих конструкциях треугольники и тетраэдры, которым (по Фуллеру - только им) изначально присуща внутренняя прочность и устойчивость (б). Для того, чтобы увеличить прочность изначально неустойчивых конструкций, Фуллер предлагает дополнить их упрочняющими рёбрами, формирующими устойчивые треугольные компоненты.

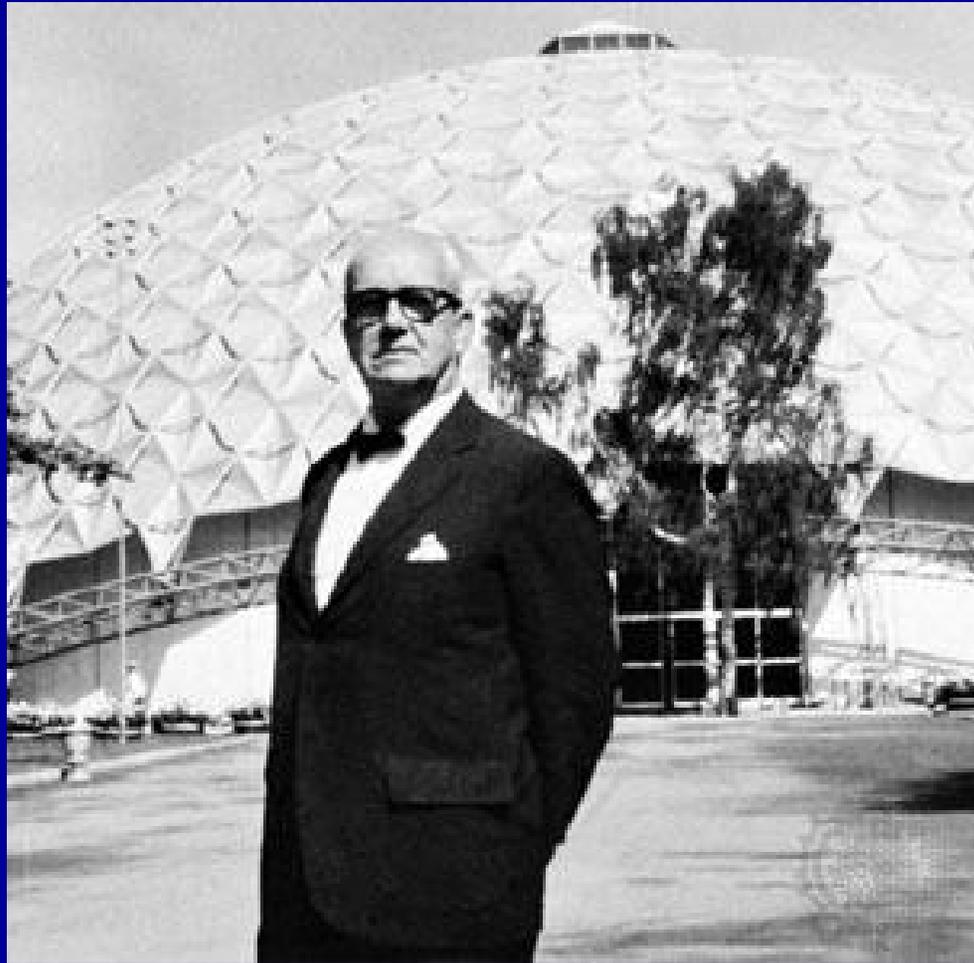
1954 – первый патент здания в форме геодезического купола;

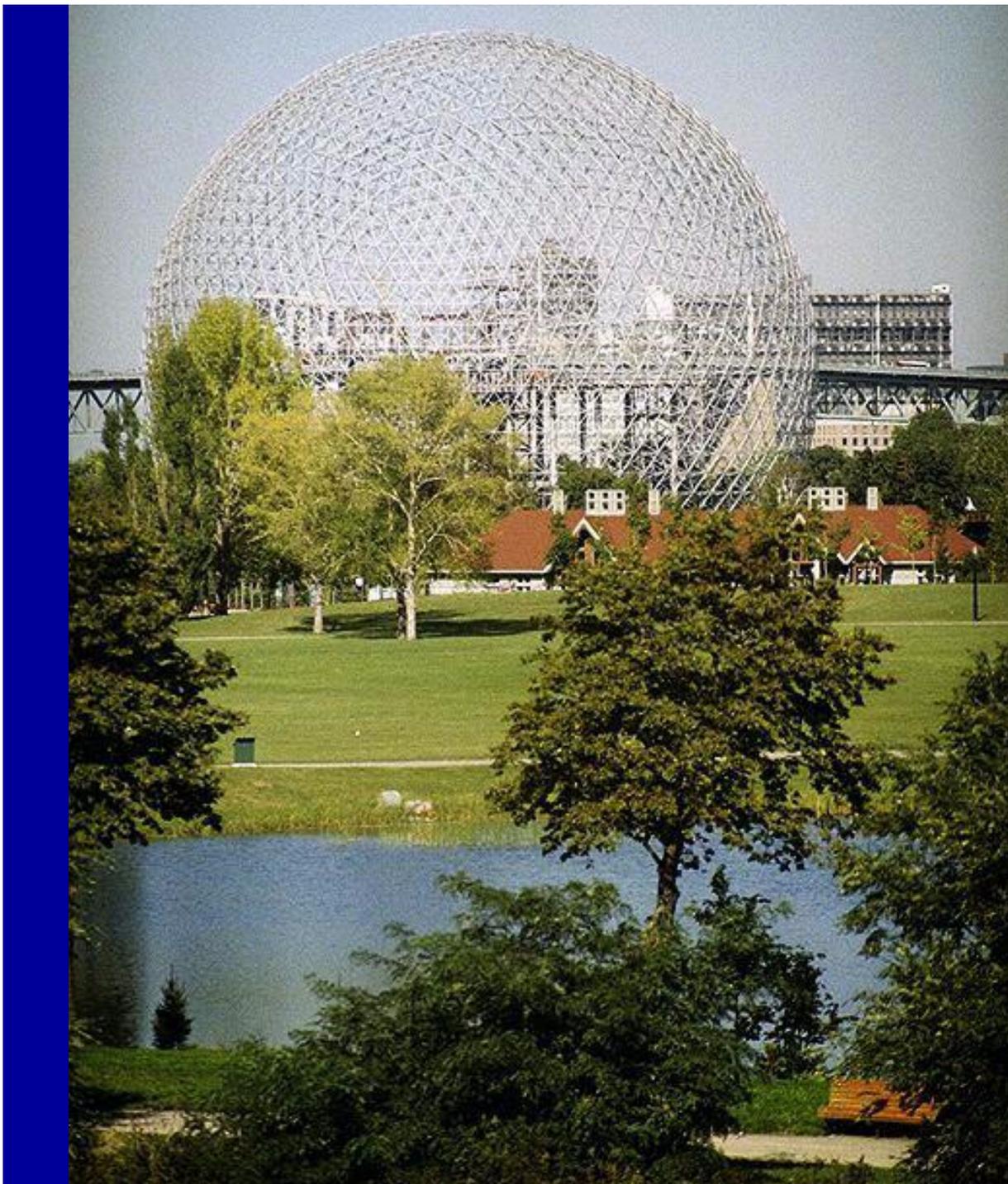
1958 - купол для здания компании Union Tank Car Company рекордных (Лос-Анжелес): 117 метров в диаметре и 35 метров высотой;

1958-1959 – Штабквартира “ASM International”, the Materials Information Society (Cleveland, Ohio)



1959 – павильон первой американской выставки в Москве





**1967 –
павильон США на
выставке ЭКСПО-67
в Монреале**

Геодезические купола (определения и принципы)



Геодезическая сфера или геодезический купол - многогранные структуры, поверхность которых эффективно вписывается, соответственно, в воображаемую сферу или часть сферы.

Сфера выбрана Фуллером как геометрическое тело с максимальным соотношением объёма к площади поверхности. Из всех зданий с заданным объёмом именно геодезическая сфера будет иметь наименьшую площадь поверхности границы с окружающей средой, что, в свою очередь, минимизирует тепловые потери и вероятность разрушений (при ураганном ветре, например).

Повышенная прочность геодезических сфер и куполов обеспечивается тем, что их гранями являются треугольники.

Частота геодезического купола - определяется количеством элементарных треугольных граней многогранной структуры. Купола с повышенным значением частоты более прочны и эффективнее вписываются в сферу .

Геодезические купола в противоположность обычным сооружениям - становятся прочнее, легче и дешевле с увеличением их размеров и частоты.

Фуллер: с развитием технологии конструкционных материалов вес гигантских *геодезических куполов* может стать меньше веса заключённого в них воздуха. Тогда их можно будет изготавливать и собирать на специальных заводах и транспортировать к местам установки по воздуху, как воздушные шары.

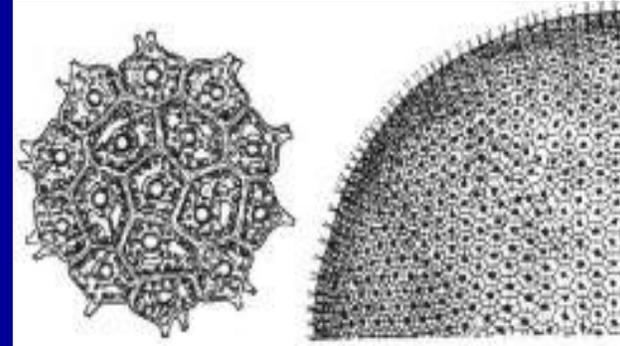
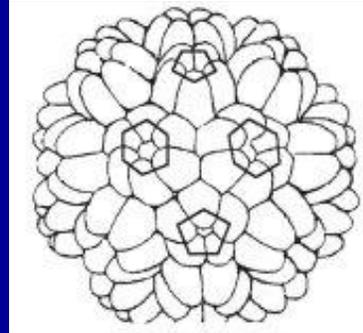
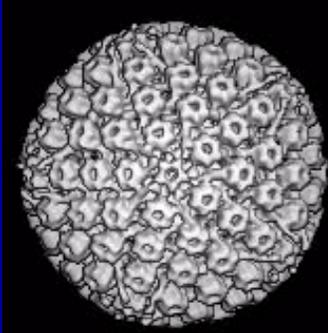


**2001: Ботанический сад «Garden of Eden» в городе Сент-Остел
(полуостров Корнуолл, Юго-восточная Англия).**



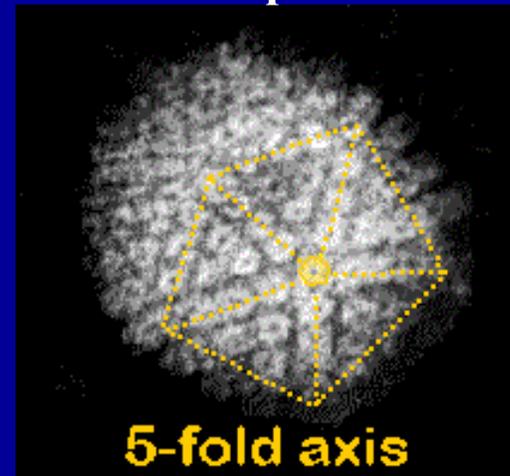


Фуллерено-подобные вирусы (геодезические сферы икосаэдральной симметрии)



20-300 нм

Герпес



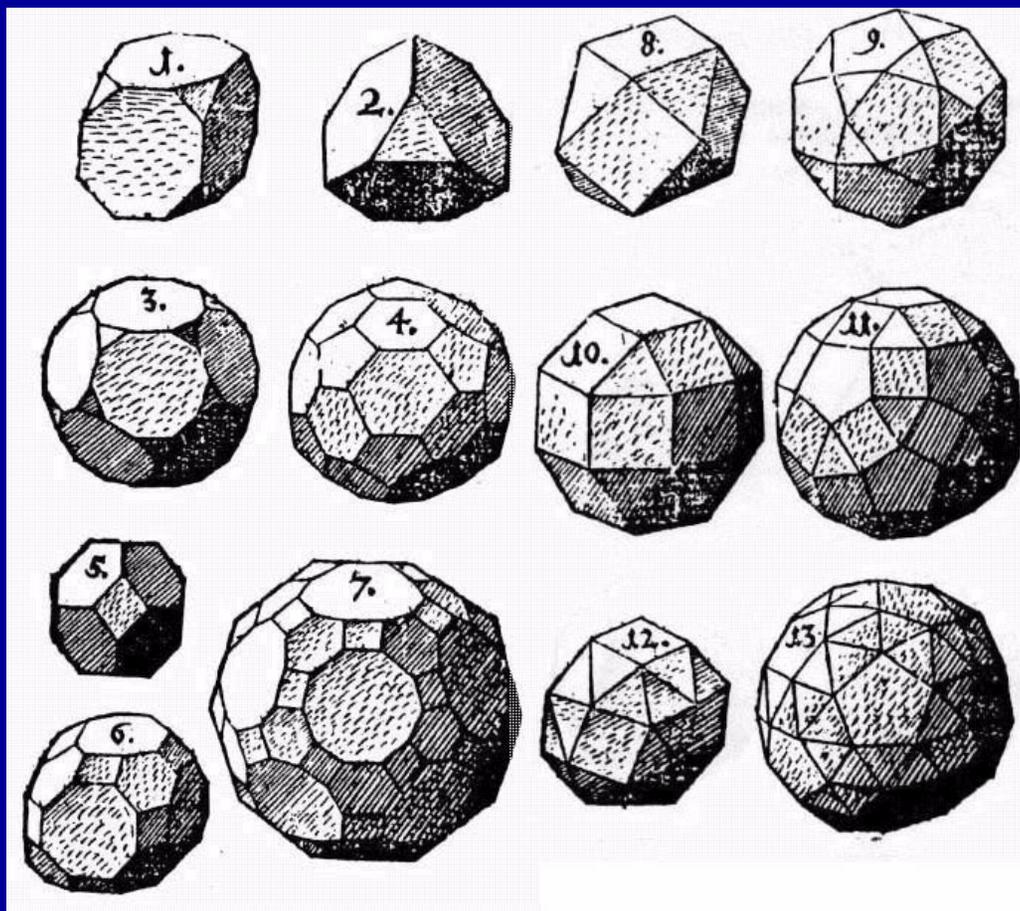
D.L.D. Caspar and A. Klug. Physical Principles in the Construction of Regular Viruses, in Cold Spring Harbor Symp. Quant. Biol. V.27, 1 (1962):

“Решение, найденное нами, было в значительной степени подсказано геометрическими принципами Бакминстера Фуллера”

Аарон Клюг, Нобелевская премия по химии в 1982

3. История изучения многогранников: наука и искусство

Архимед (287-212 до нашей эры): первый «исследователь» усечённого икосаэдра



Из книги И. Кеплера “*Harmonice Mundi*” («Мировая гармония»), 1619

Архимедовы многогранники или архимедовы тела: многогранники, каждая грань которых представляет собой правильный многоугольник, а каждая вершина находится в эквивалентном положении (как атомы углерода в молекуле C₆₀).

Архимедовы тела состоят не менее, чем из 2 различных типов многоугольников, в отличие от 5 платоновых тел (или правильных многогранников), все грани которых одинаковы

Платоновы тела (правильные многогранники)

Платон (~420 – 347 д.н.э.),
Возможно - Пифагорейцы

Гипарх, Теэтет -?

Тетраэдр -

Куб -

Октаэдр -

Икосаэдр -

Додекаэдр -

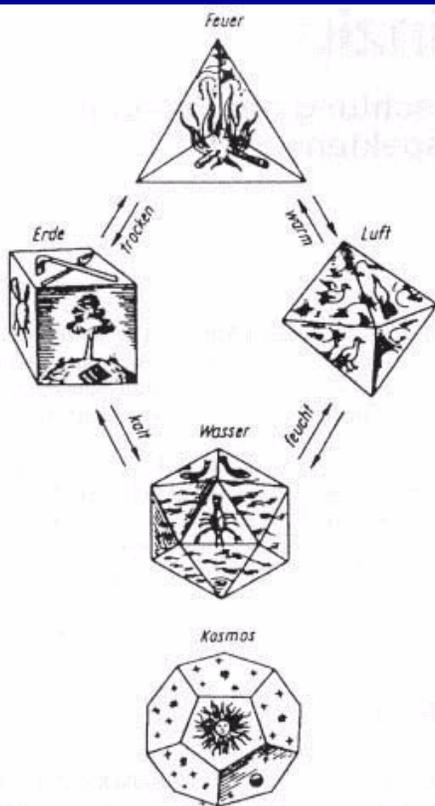
огонь,

Земля,

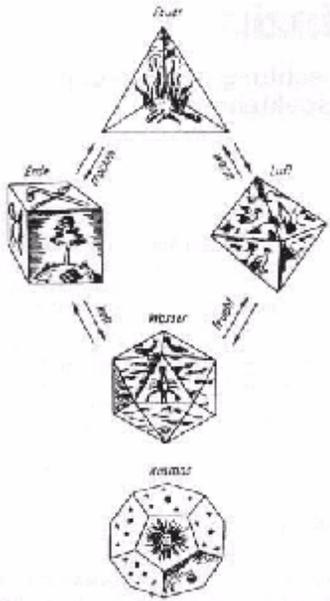
воздух,

вода,

Вселенная

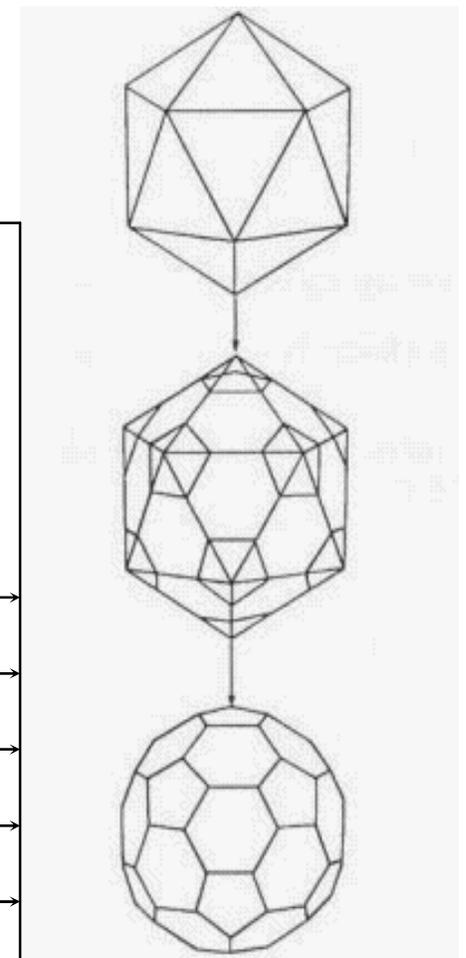


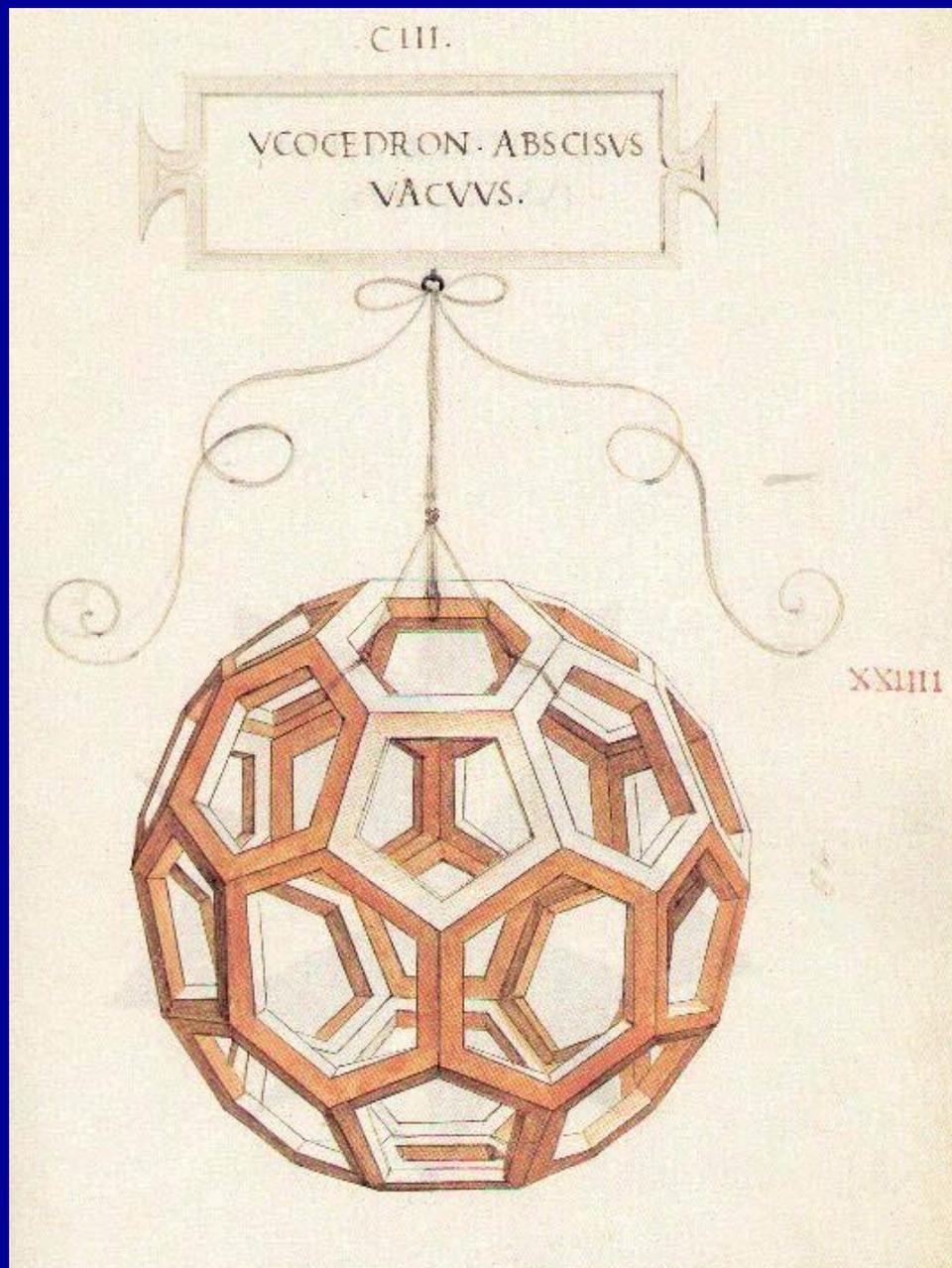
Из книги И. Кеплера “*Harmonice Mundi*” («Мировая гармония»), 1619



Характеристики платоновых тел

| Многогранник | Количество сторон грани | Количество граней, сходящихся в каждой вершине, | Количество граней, G | Количество рёбер, P | Количество вершин, B | $G - P + B$ |
|--------------|-------------------------|---|------------------------|-----------------------|------------------------|-------------|
| Тетраэдр | 3 | 3 | 4 | 6 | 4 | 2 |
| Куб | 4 | 3 | 6 | 12 | 8 | 2 |
| Октаэдр | 3 | 4 | 8 | 12 | 6 | 2 |
| Икосаэдр | 3 | 5 | 20 | 30 | 12 | 2 |
| додекаэдр | 5 | 3 | 12 | 30 | 20 | 2 |





Изображение усечённого икосаэдра Леонардо да Винчи в книге Луки Пачоли “Божественная пропорция” (1509). Для иллюстрации этой книги Леонардо разрабатывает принципиально новый способ пространственного изображения многогранников - метод жёстких рёбер

Лука Пачоли , 1445-1517

ромбический кубооктаэдр

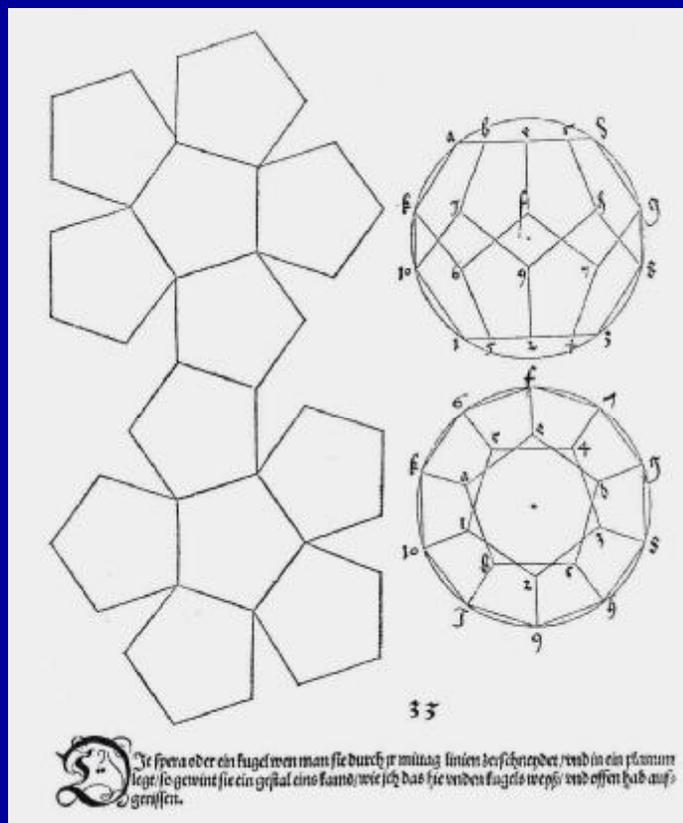


Якопо Барбаро. Портрет Луки Пачоли (1495).

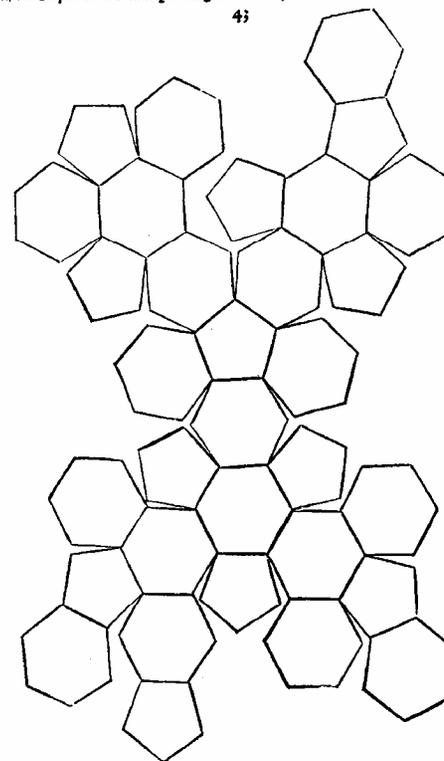


Автопортрет, 1498

Альбрехт Дюрер, 1471-1528

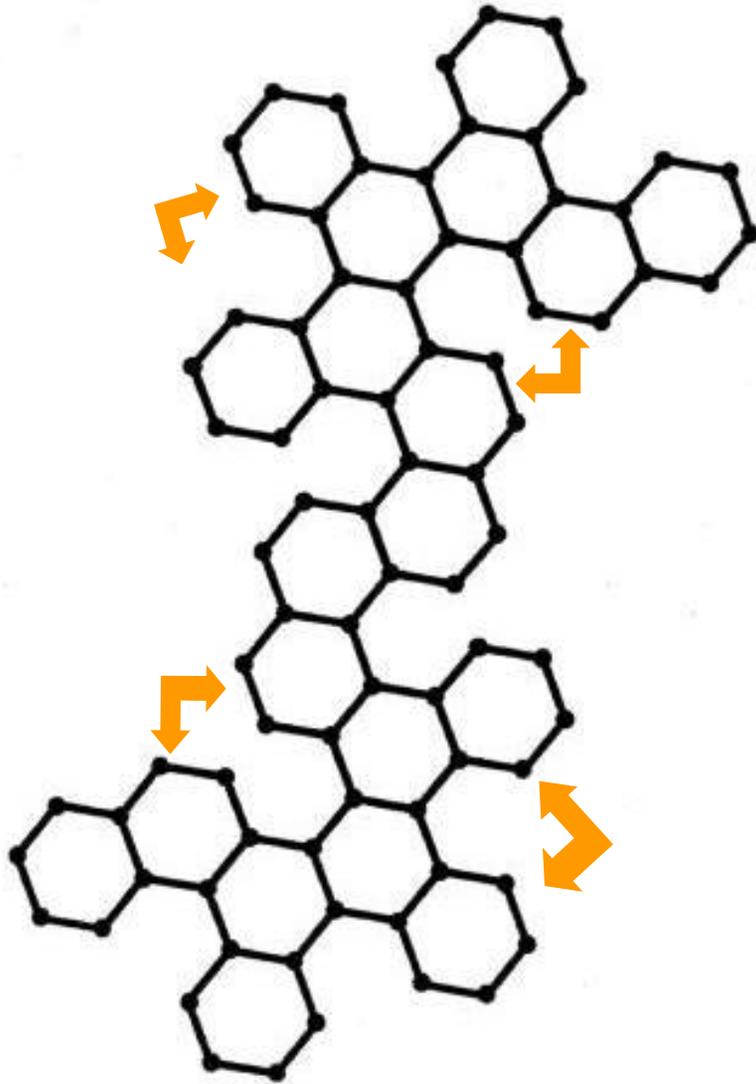


In anders das mach auß zweynig sechseckter flachen feldern gleichseitig vnd windlich
so man darzu thut zwey funfseckter flacher felder/ so die gleichseitig gegen den sechseckten
seiten sind/ vnd in jnen selbe auch gleich windlich vnd ewentlich an eynder gesetzt wern
den/ wie ich das offen im plano hernach hab außgerissen / So man dann das alles zusamen
setzt/ so wirt ein corpus daraus/ das gewinnet zwey vnd sechzig eck/ vnd neunzig scharspe
seiten/ die Corpus rüret in einer hohlen kugel mit allen seinen ecken an.



Плоская развёртка усечённого икосаэдра (а) и додэкаэдра (б) из книги Дюрера "Руководство к измерению" (1525).

Как изготовить бакиболл



- Вырезать развертку по ребрам-крайних шестиугольников.
- Затем необходимо начать сгибать-плоскую развертку по ребрам, соединяющим соседние шестиугольники.
- Вскоре обнаружится, что-изначально плоская структура самопроизвольно (!) превращается в замкнутый сфероподобный объект. При этом кольца шестиугольников замыкаются с образованием пятиугольника внутри каждого такого кольца

F. Chung and S. Sternberg,
Mathematics and the Buckyball,

American Scientist 81, 56 (1993).

Пьеро делла Франческа (1420 - 1492)

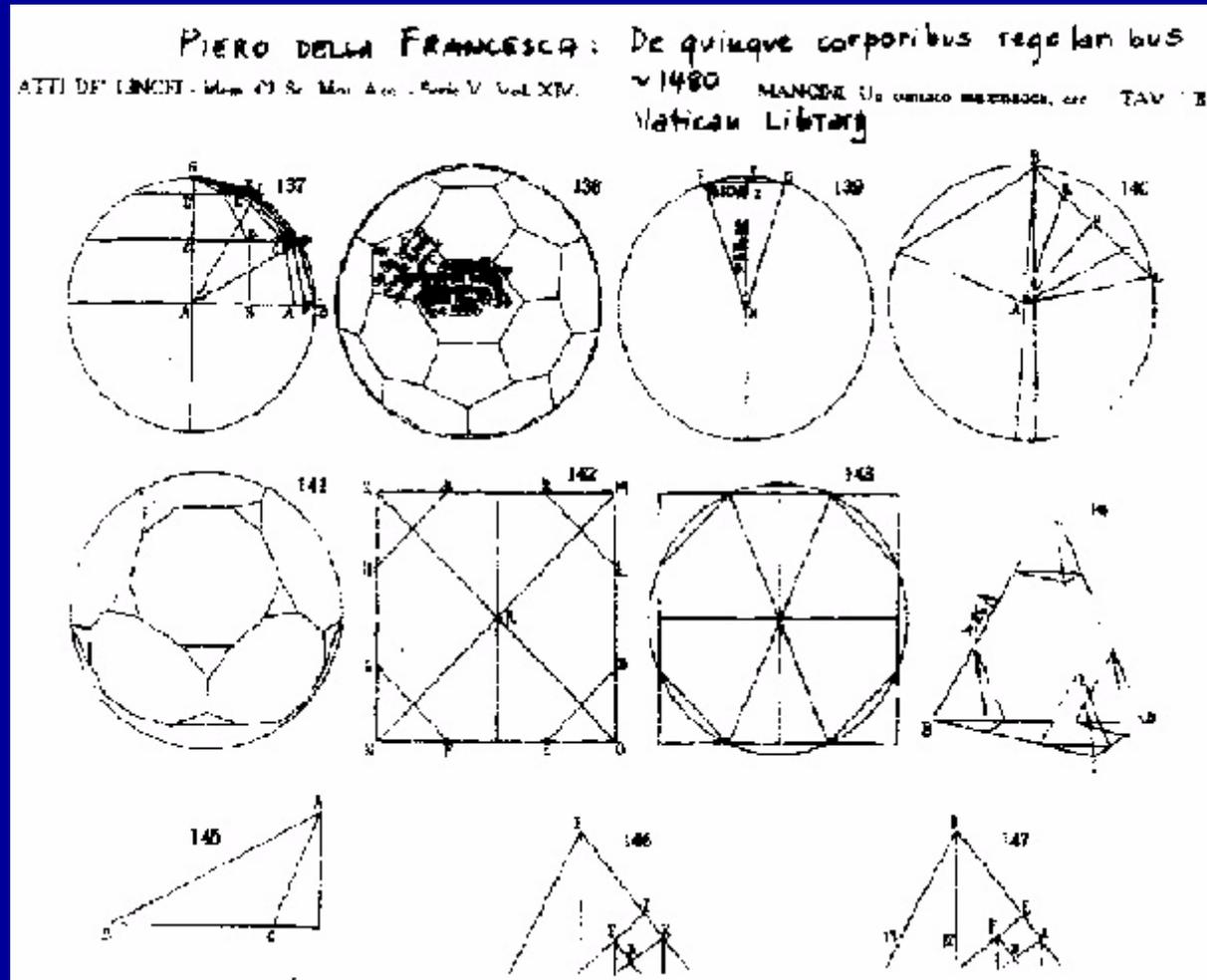


Рисунок из рукописи Пьеро делла Франческа “О пяти правильных телах” (“*Libellus de quinque corporibus regularibus*”) (1480) - старейшее из дошедших до наших дней изображение усечённого икосаэдра.

4. Теорема Эйлера о многогранниках

Леонард Эйлер (1707 - 1783)

Теорема о выпуклых многогранниках

$$F - E + V = 2$$

где F – число граней, E – число ребер, V – число вершин

Descartes (1596-1650)

L. Euler, *Novi commentarii
academie Petropolitanae* 4, 109 (1752/3).

Обобщенная теорема Эйлера

$$F - E + V = n$$

n – Эйлера характеристика
($n = 0$ для тора, $n=2 - 2g$ для тела с g ‘ручками’)



$$F - E + V = 2$$

где F – число граней, E – число ребер, V – число вершин

Фуллерены - замкнутые многогранные молекулы чистого углерода, имеющие только пяти- и шестиугольные грани

$F = p + h$ где p and h – число пятиугольных и шестиугольных граней, соответственно

$$2E = 5p + 6h$$

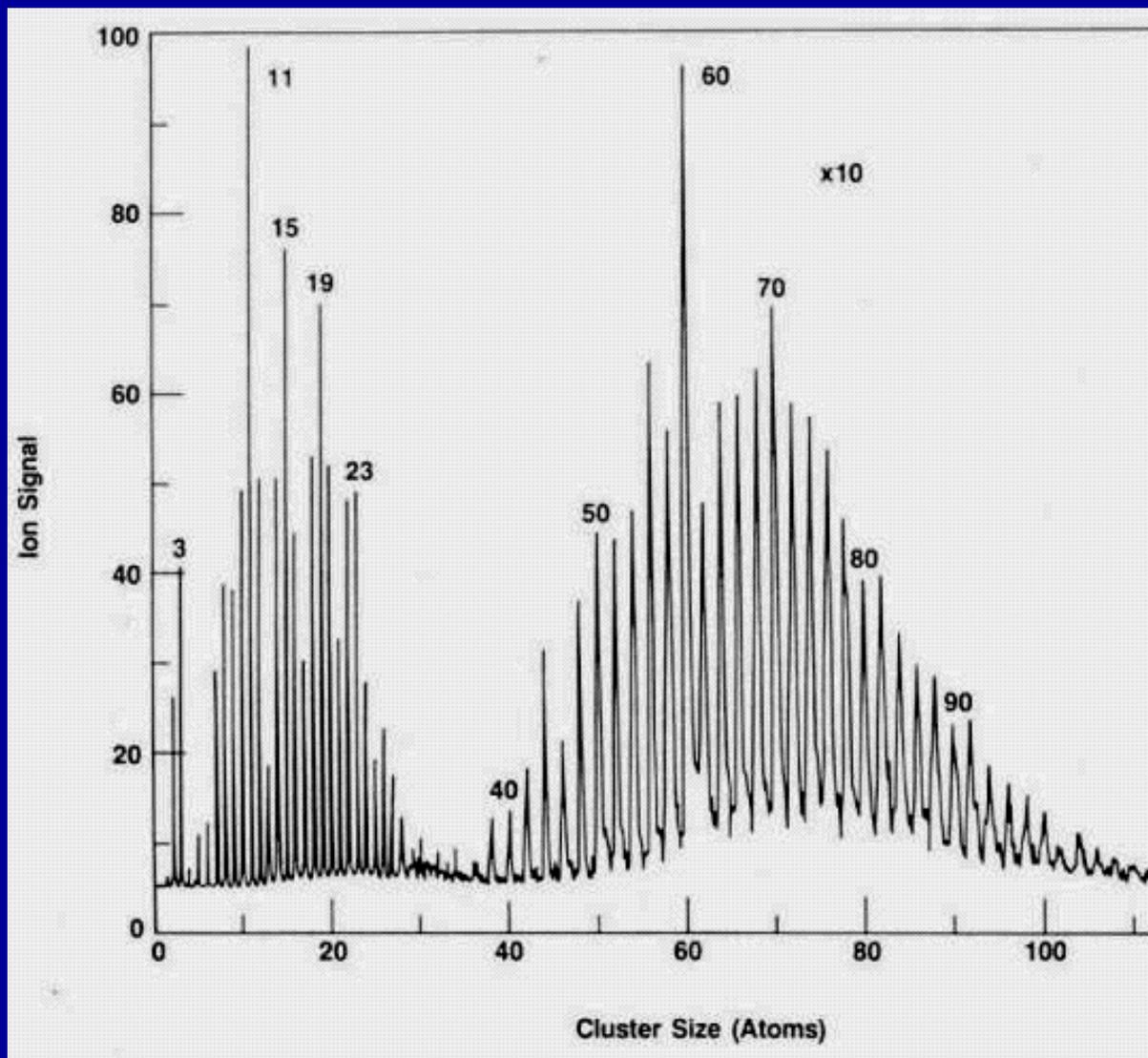
$$3V = 5p + 6h$$

$$6(F - E + V) = p$$

$$p = 12$$

$$V = 20 + 2h = 2(10 + h)$$

$C_{20}, C_{24}, C_{26}, C_{28}, \dots, C_{60}, C_{70}, C_{2(10+h)} \dots$



**Кластеры с магическими четными числами атомов углерода $36 < n < 150$
– фуллерены !!**

E.A. Rohlfing, D.M. Cox, A. Kaldor, J. Chem. Phys. 81, 3322 (1984).

$$F - E + V = 2$$

где F – число граней, E – число ребер, V – число вершин

Фуллерены - замкнутые многогранные молекулы чистого углерода, имеющие только пяти- и шестиугольные грани

$F = p + h$ где p and h – число пятиугольных и шестиугольных граней, соответственно

$$2E = 5p + 6h$$

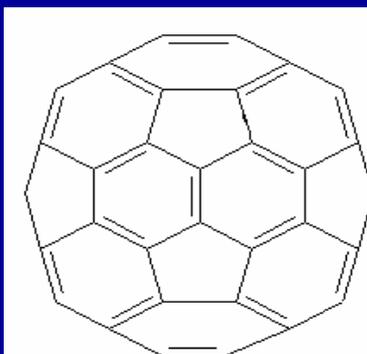
$$3V = 5p + 6h$$

$$6(F - E + V) = p$$

$$p = 12$$

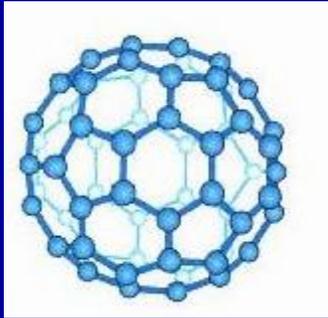
$$V = 20 + 2h = 2(10 + h)$$

$C_{20}, C_{24}, C_{26}, C_{28}, \dots, C_{60}, C_{70}, C_{2(10+h)} \dots$

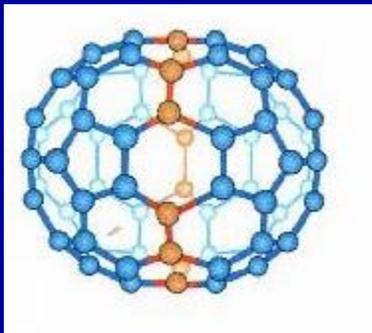
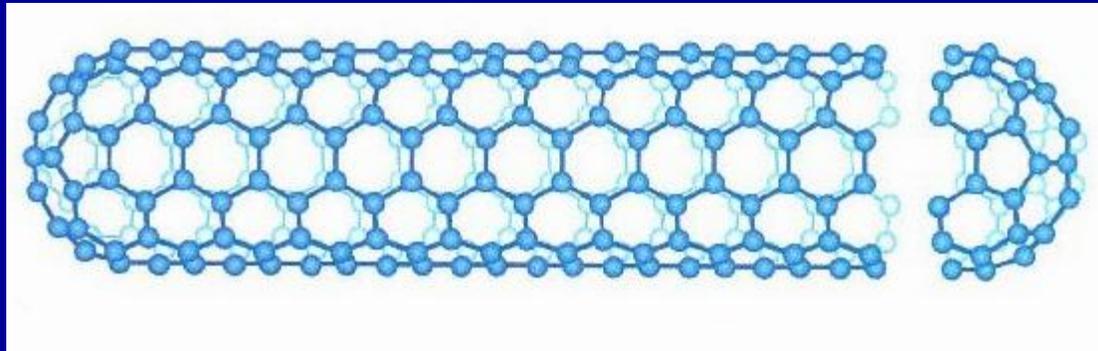


Правило
изолированных
пентагонов

Углеродная нанотрубка

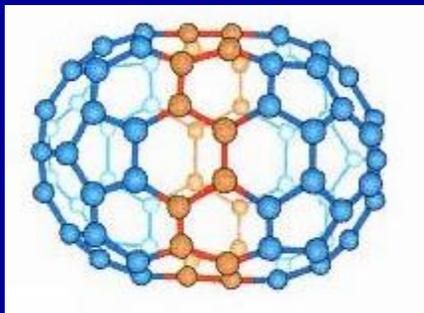


C_{60}



C_{70}

MWCN



C_{80}

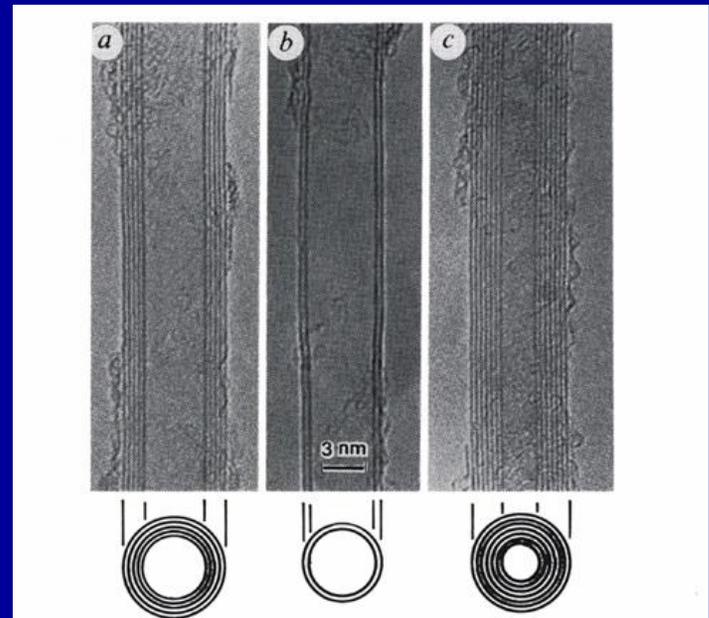
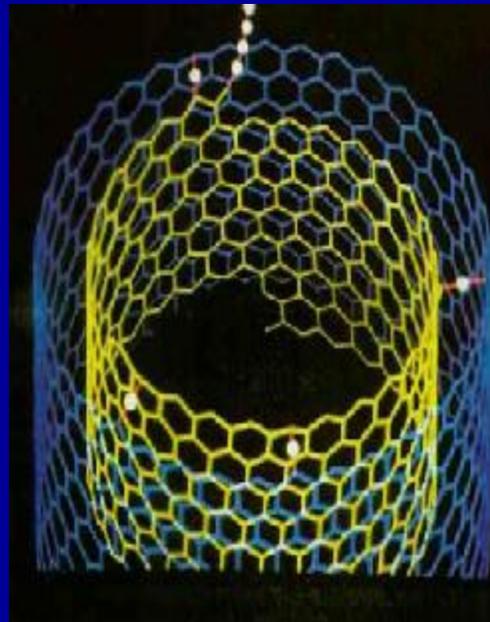
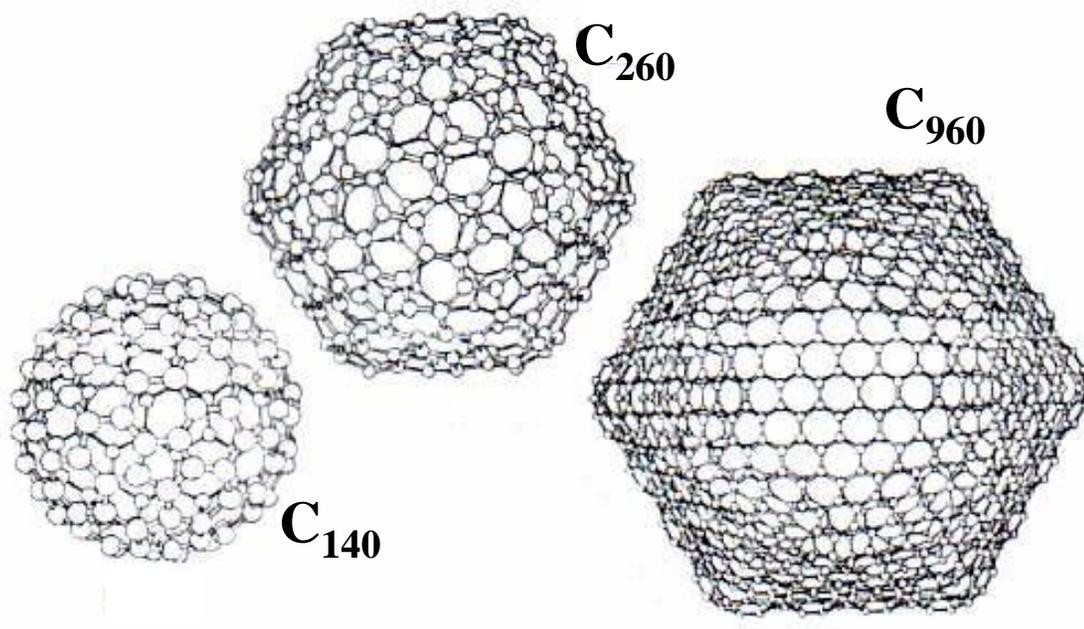


FIG. 1 Electron micrographs of microtubules of graphitic carbon. Parallel dark lines correspond to the (002) lattice images of graphite. A cross-section of each tubule is illustrated. *a*, Tube consisting of five graphitic sheets, diameter 6.7 nm. *b*, Two-sheet tube, diameter 5.5 nm. *c*, Seven-sheet tube, diameter 6.5 nm, which has the smallest hollow diameter (2.2 nm).

S. Iijima, Nature 354 (1991) 56



Гигантские фуллерены с икосаэдральной симметрией

...В один из дней я решил, что нам надо построить свои собственные купола а ля Бакминстер Фуллер или, точнее молекулярные модели гигантских фуллеренов... Кен Мак Кей ... принялся строить молекулы C_{240} , C_{540} , а позднее C_{960} и C_{1500} с икосаэдральной симметрией. Когда Кен вошёл в комнату с моделью C_{540} это произвело потрясающее впечатление, однако я не мог до конца понять её форму – модель не была круглой, как монреальский купол, построенный Бакминстером Фуллером, но имела явный вид икосаэдральной конструкции. Модель Кена имела выступы, обозначавшие положения 12 пятиугольников и на большем расстоянии определённо выглядела как многогранник.

H.W. Kroto, Nobel Lecture, December 7, 1996

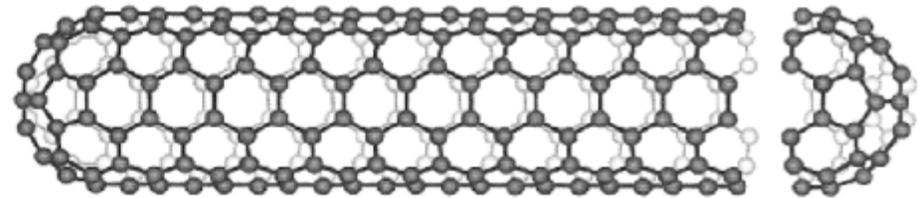


**Углеродные
луковицы
(Carbon onions)**

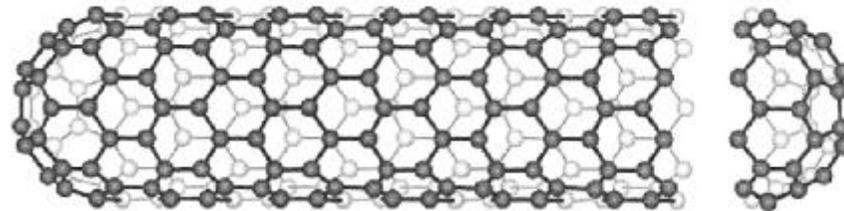
S. Iijima, J. Cryst. Growth, 50, 675 (1980).

3 типа однослойных нанотрубок, в зависимости от того, как двумерная молекула графена скручена по отношению к ее гексагональной решетке:

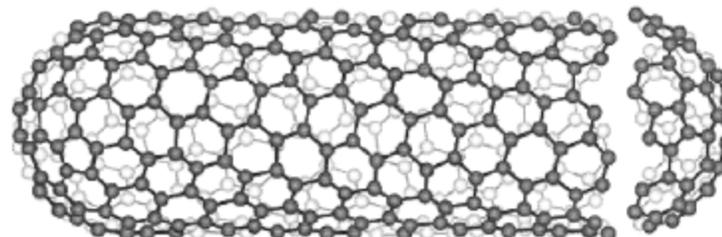
(1) трубки со структурой armchair, или зубчатые нанотрубки, в которых две стороны каждого графенового шестиугольника ориентированы перпендикулярно оси цилиндра, а молекула C₆₀ рассечена пополам перпендикулярно к оси пятого порядка



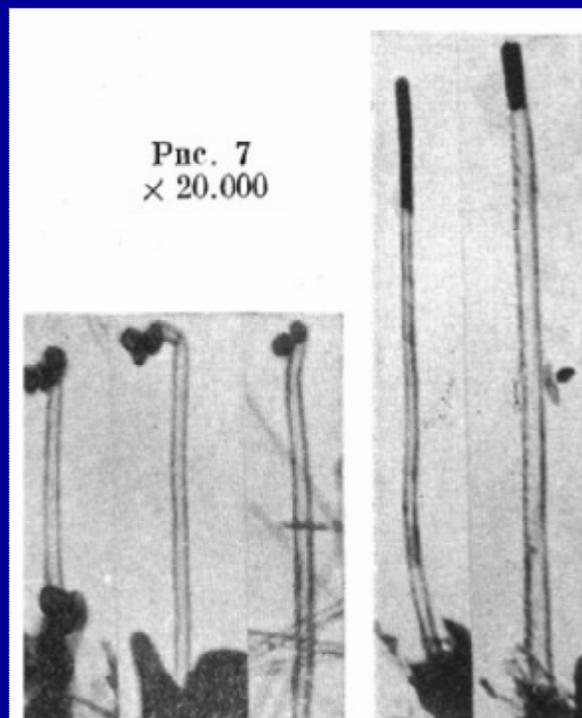
(2) трубки со структурой zigzag, или зигзагообразные нанотрубки, в которых две стороны каждого графенового шестиугольника ориентированы параллельно оси цилиндра, а молекула C₆₀ рассечена пополам перпендикулярно к оси третьего порядка



(3) хиральные нанотрубки, в которых винтовая ось параллельна оси трубки



Л.В. Радушкевич, В.М. Лукьянович, Журнал физической химии 26, 88 (1952).



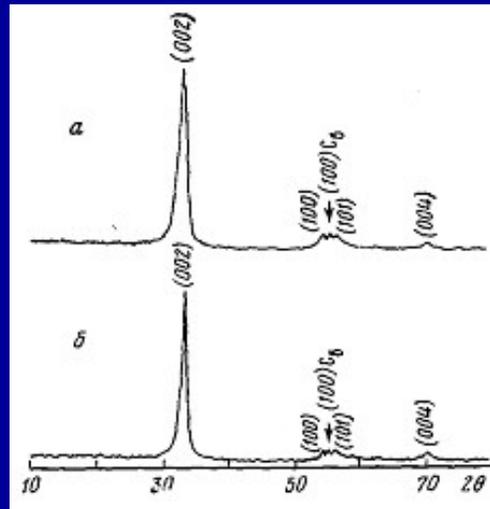
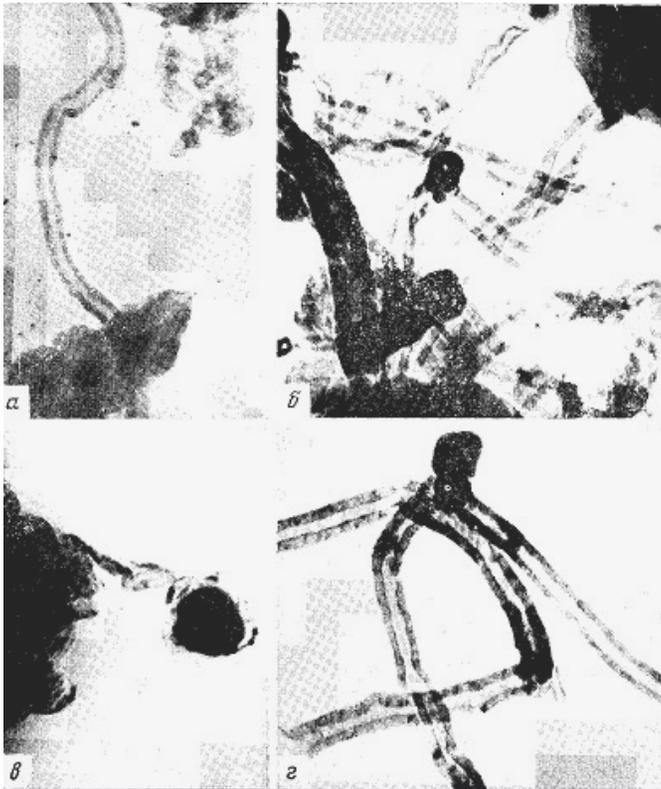
МЕТАЛЛЫ, № 3 · 1982

УДК 669.173.23

ОСОБЕННОСТИ ФАЗОВОГО СОСТАВА И СТРУКТУРЫ
ПРОДУКТОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ NiO и Fe₂O₃
С ОКИСЬЮ УГЛЕРОДА

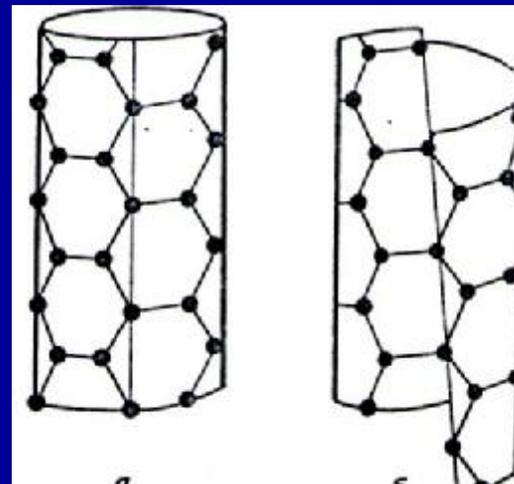
НЕСТЕРЕНКО А. М., КОЛЕСНИК Н. Ф., АХМАТОВ Ю. С.,
СУХОМЛИН В. И., ПРИЛУЦКИЙ О. В.

А.М. Нестеренко, Н.Ф. Колесник, Ю.С. Ахматов, В.И. Сухомлин, О.В. Прилуцкий и др.). Известия АН СССР. Серия Металлы, 1982, №3, с. 12–17.



Рентгеновские диффрактограммы

«Многостенные
трубчатых углеродных
кристаллов» образованы
сворачиванием в цилиндр
графеновой плоскости.



Фиг. 6. Схематическое изображение вариантов замыкания моноатомных гексагональных сеток графита (002) при образовании цилиндрических трубчатых кристаллов: *a* — круговое замыкание плоской сетки; *б* — замыкание с образованием однозаходной спирали (шаг спирали равен периоду *a* решетки графита)

ТЕМ: ~2500-100000

А.М. Нестеренко, Н.Ф. Колесник, Ю.С. Ахматов, В.И. Сухомлин, О.В. Прилуцкий и др.). Известия АН СССР. Серия Металлы, 1982, №3, с. 12–17.

А.М. Нестеренко, Н.Ф. Колесник, Ю.С. Ахматов, В.И. Сухомлин, О.В. Прилуцкий и др.). Известия АН СССР. Серия Металлы, 1982, №3, с. 12–17.

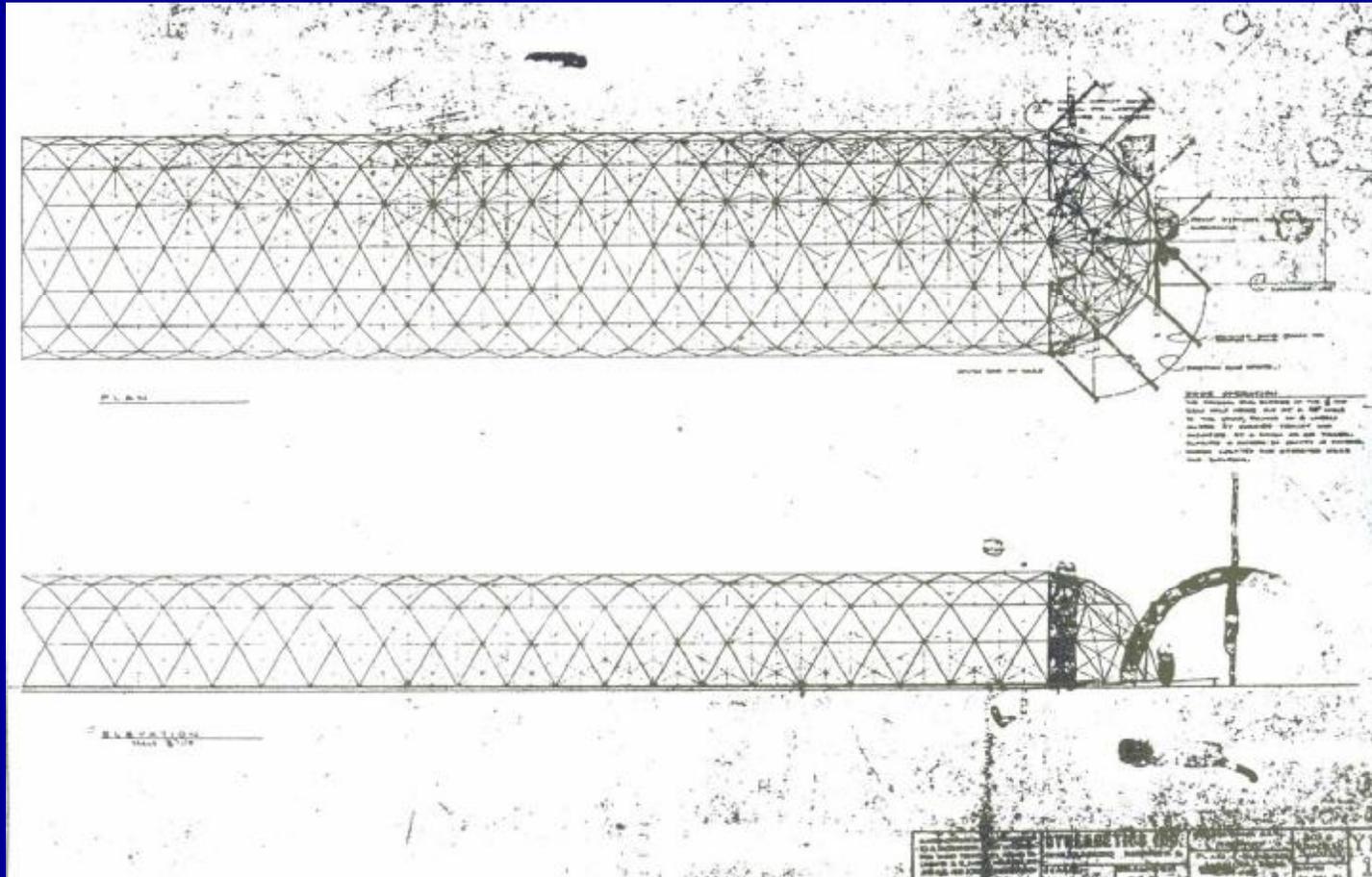
**гипотеза о
хиральности
нанотрубок**

**возможны разнообразные варианты замыкания
моноатомных гексагональных сеток графена при
образовании цилиндрических трубчатых кристаллов**

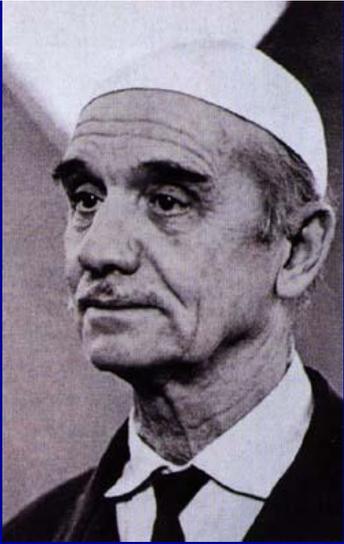


**зубчатые нанотрубки
(armchair tube)**

**хиральные нанотрубки
(helical or chiral tube)**



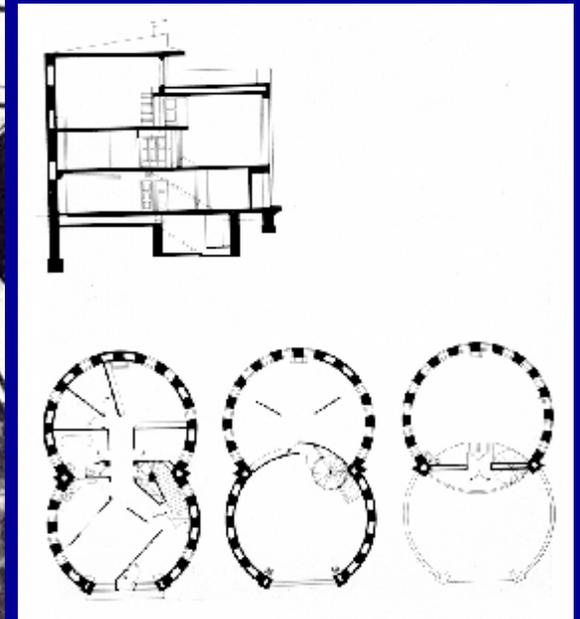
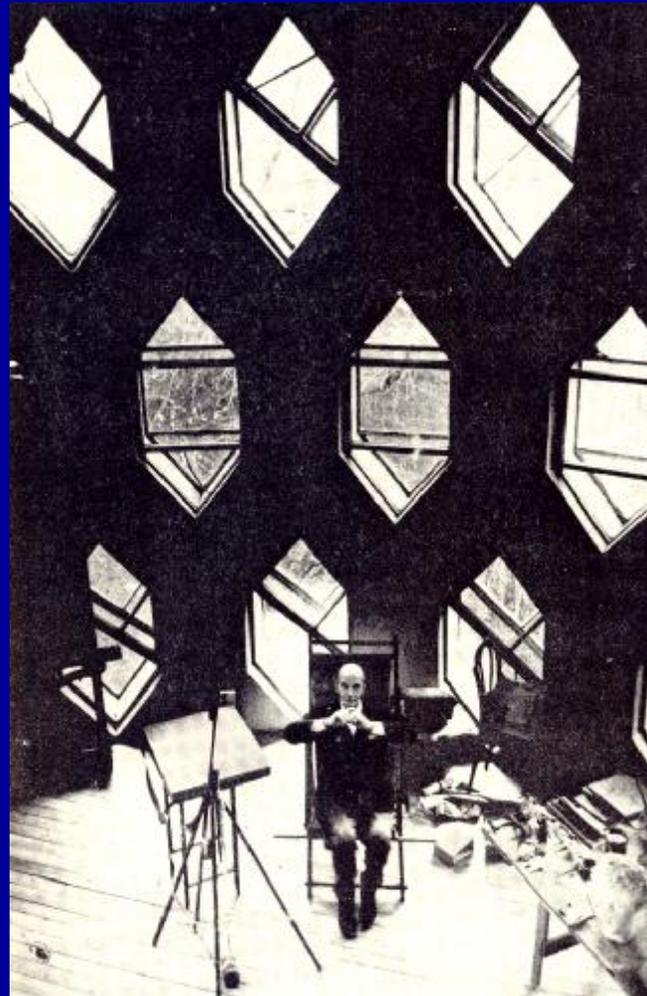
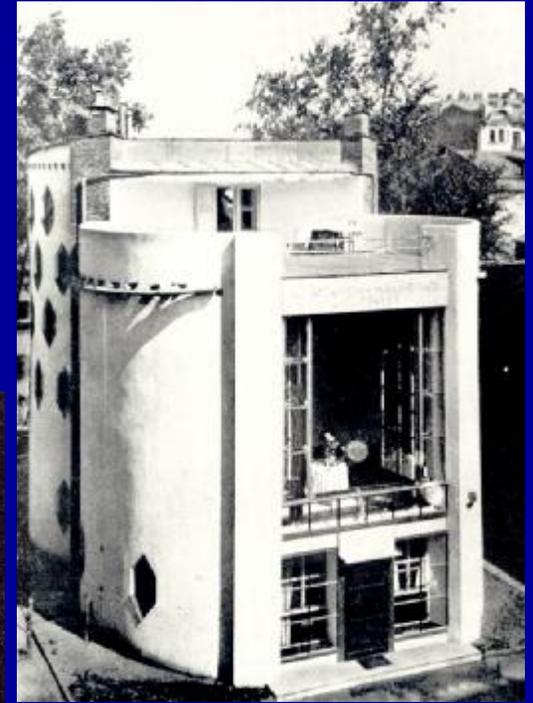
Бакминстер Фуллер. Купол для «Union Tank Car Company»



Константин Мельников

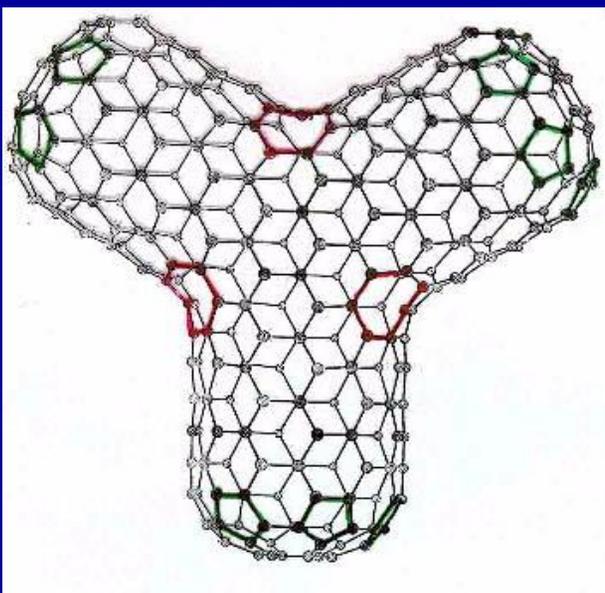
1890-1974

1927

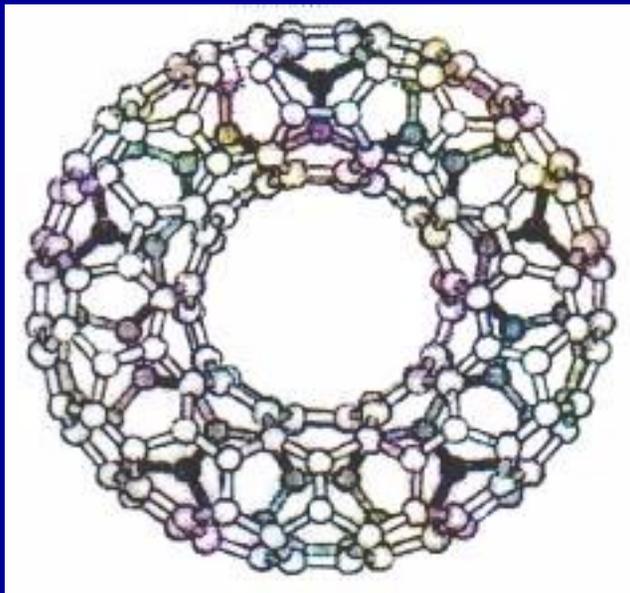


Фуллереноподобные структуры с отрицательной кривизной

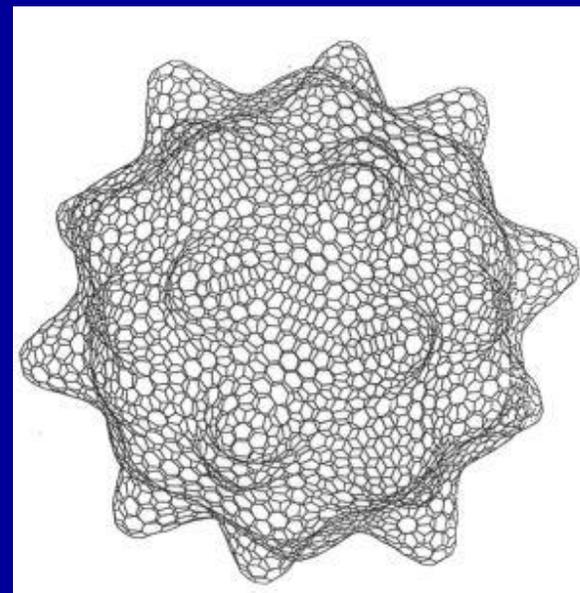
Пятиугольники, семиугольники, шестиугольники



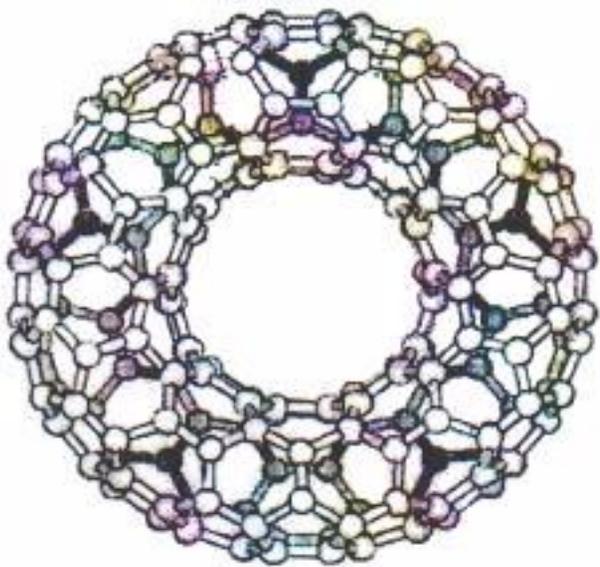
Y-нанотрубка



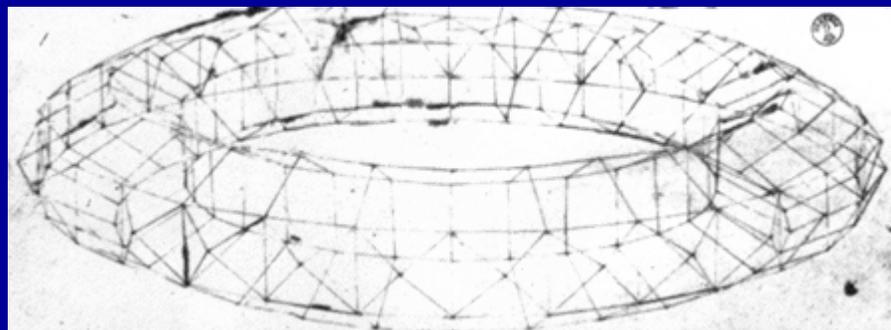
Нанотор

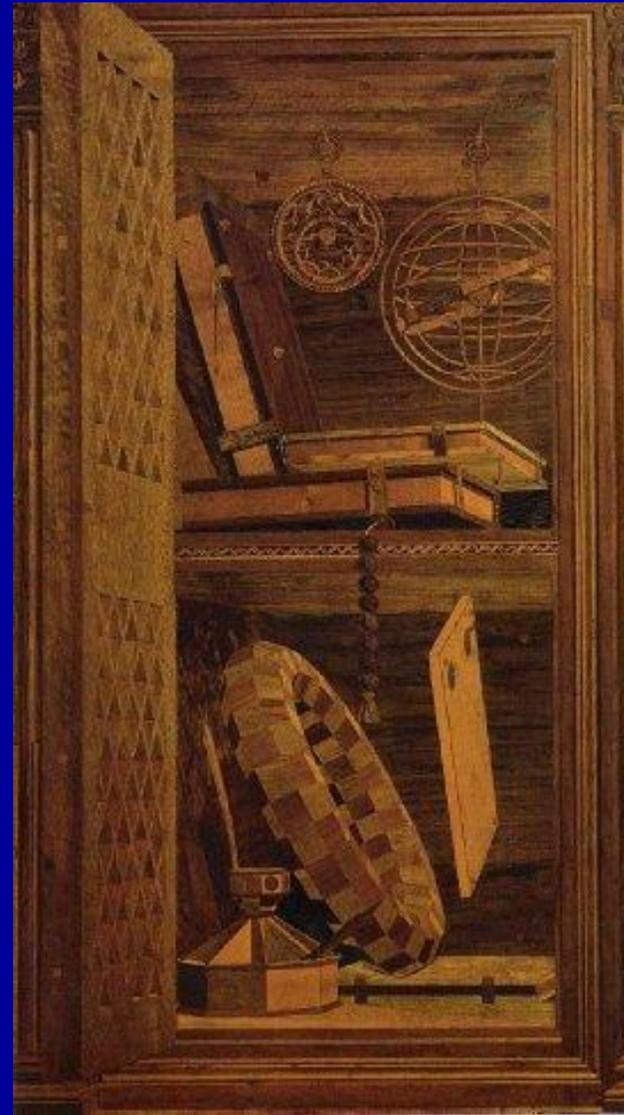
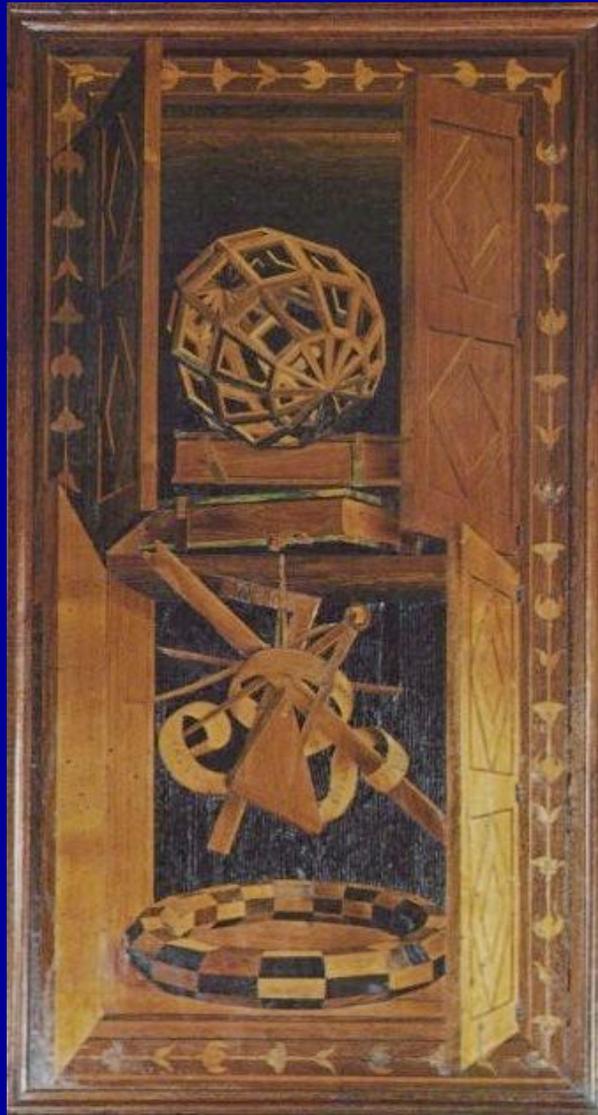


Звёздный кластер

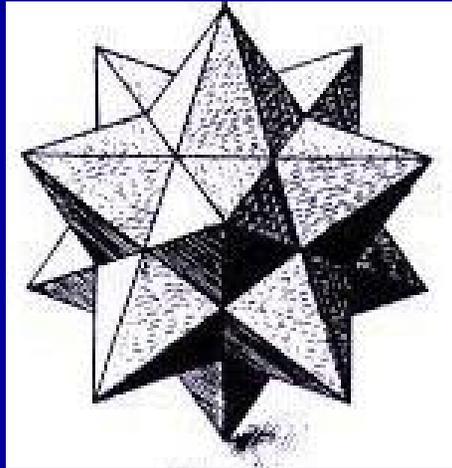
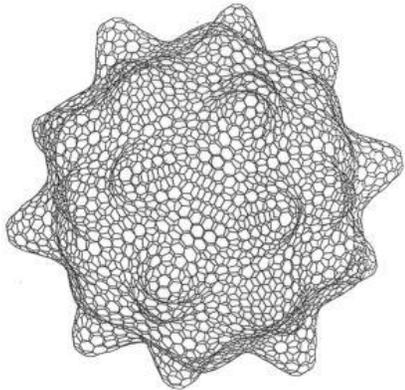


Паоло Учелло (1397-1475). Mazzocchio: (а-б) фрагмент картины “Битва при Сан_Романо” (1435-1440), Лувр. (с) чертеж структуры mazzocchio.





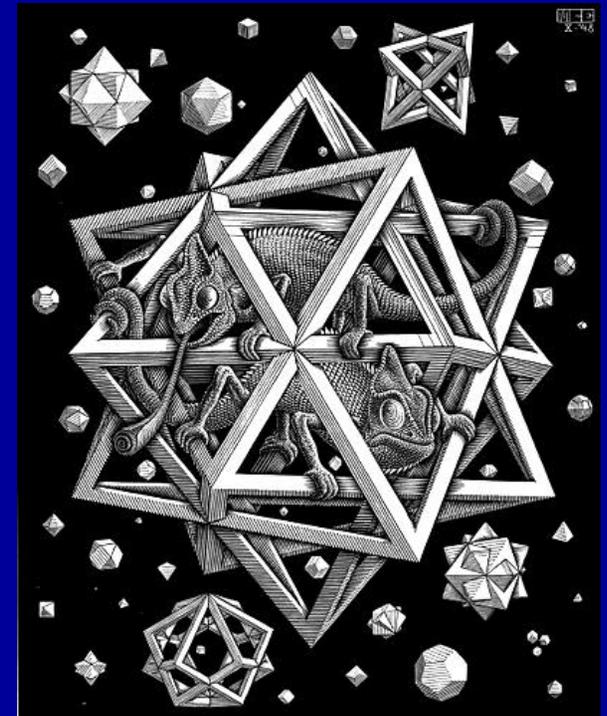
**Интарсии с изображением mazzocchio. (Слева) Фра Джовани да Верона. Монастырь Monte Olivetto Maggiore, Сиена (~ 1520);
(справа) Студия Урбино (конец XV века)**



**И. Кеплер. Правильный
звездный многогранник,
“Harmonice Mundi” , 1619**



**Деталь мраморной мозаики в соборе Св.
Марка, Венеция. Приписывается Паоло
Учелло (~ 1420's ?)**



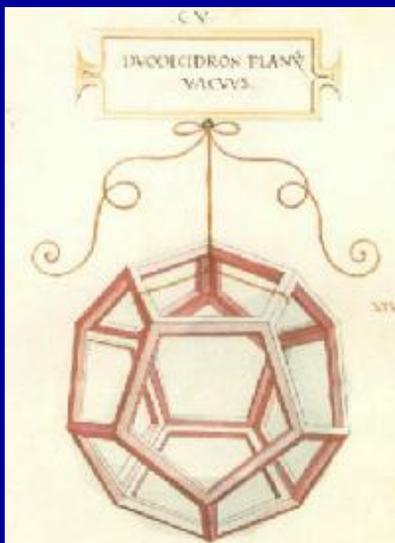
**Мауриц Эшер. “Звёзды”
(1948).**

Фуллерены, не соответствующие «правилу изолированных пятиугольников» ($V < 60$)

C_{36} ($p=12$, $h=8$) - C. Piskoti, J. Yarger and A. Zettl, *Nature* **393**, 771 (1998).

Специальные условия испарения графита

C_{20} ($p=12$, $h=0$) - H. Prinzbach, A. Weiler, P. Landenberger, F. Wahl, J. Worth, L. Scott, M. Gelmont, D. Olevano, B. Issendorff, *Nature* **407**, 60 (2000).

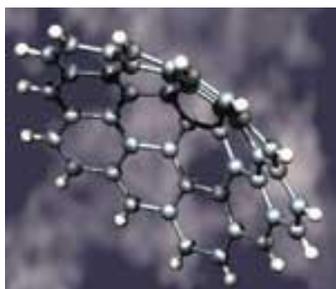
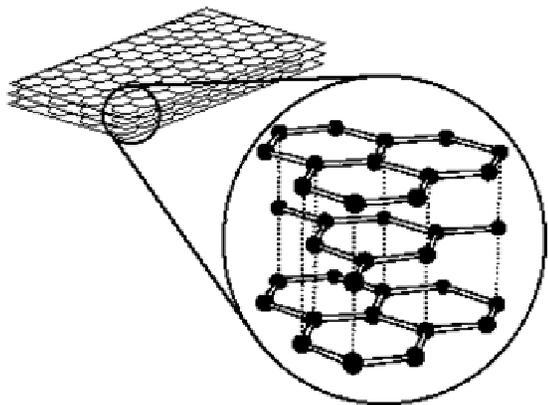


**Многоступенчатый органический
синтез:**

Додекаэдран $C_{20}H_{20}$ [®] $C_{20}Br$ [®] C_{20}

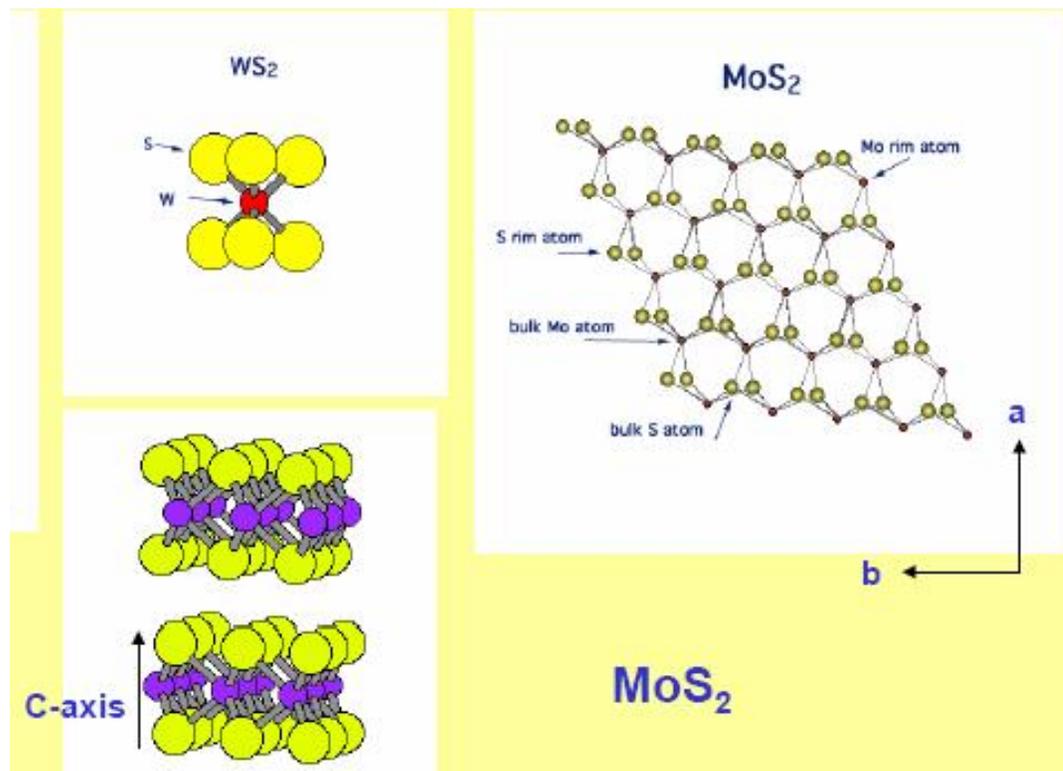
**Возможны ли фуллерены из
других элементов?**

**Не-углеродные (неорганические)
фуллерены?**



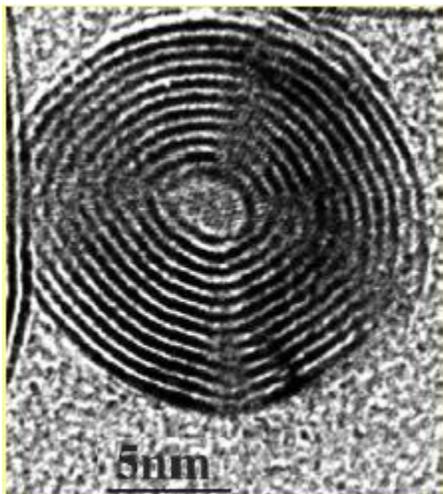
Графит

Нанотрубки и фуллереноподобные частицы неорганических соединений

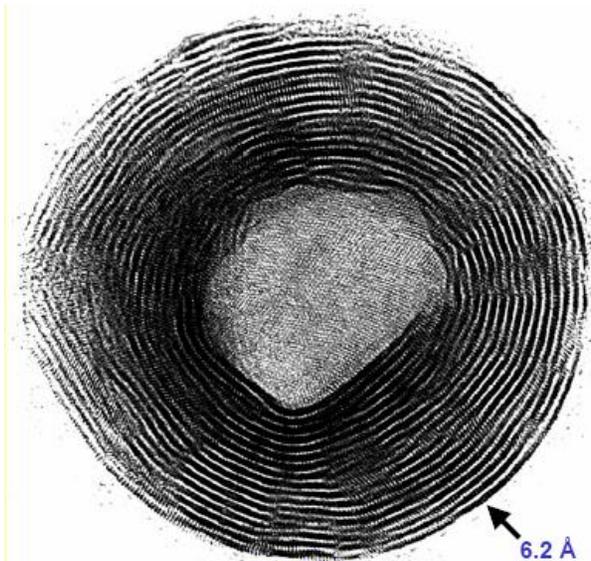


R.Tenne and co-workers, *Nature*, 360, 444 (1992); 365, 113 (1993); *J. Am. Chem. Soc.*, 116, 1914 (1994); *Science*, 267, 222 (1995)

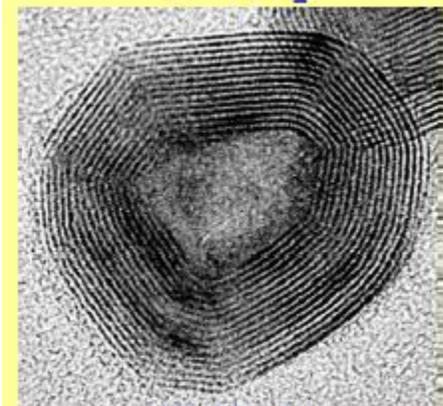
L. Margulis, M. Genut, G. Hodes, G. Salitra, M. Talianker, L. Gheber, M. Hershinkel, J.L. Hutchison, V. Volterra, Y. Feldman, E. Wasserman, D.J. Srolovitz



IF-WS₂

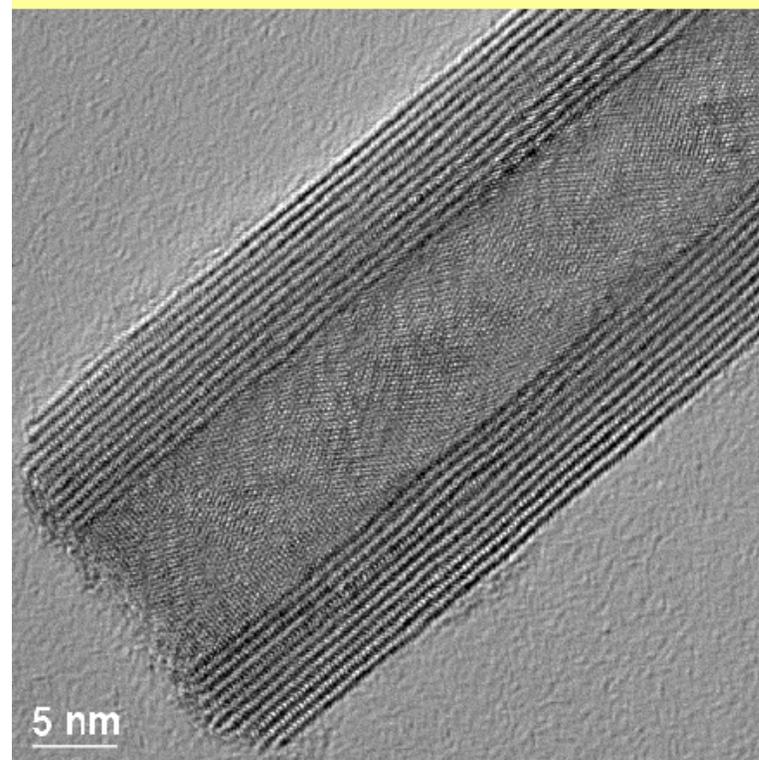


IF-WS₂



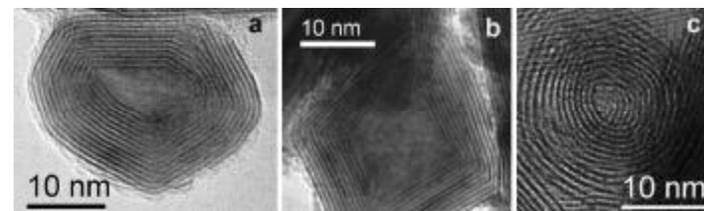
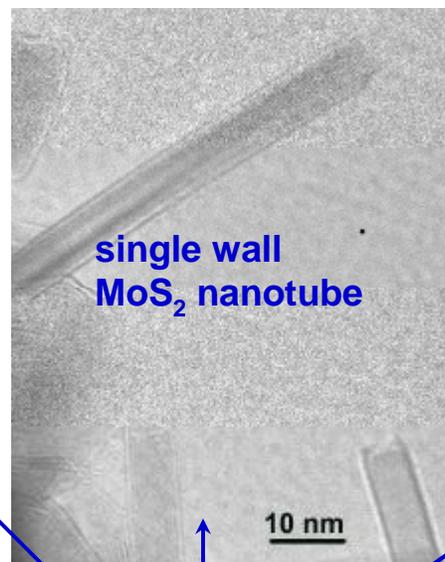
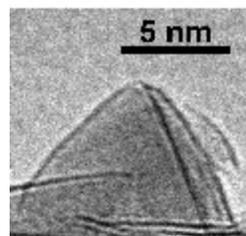
IF-MoS₂

Multiwall WS₂ nanotube



Inorganic (non-carbon fullerenes)

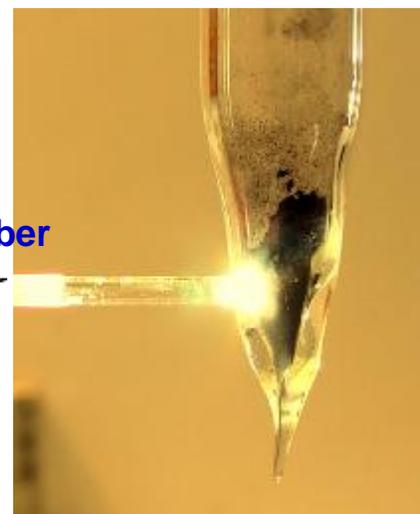
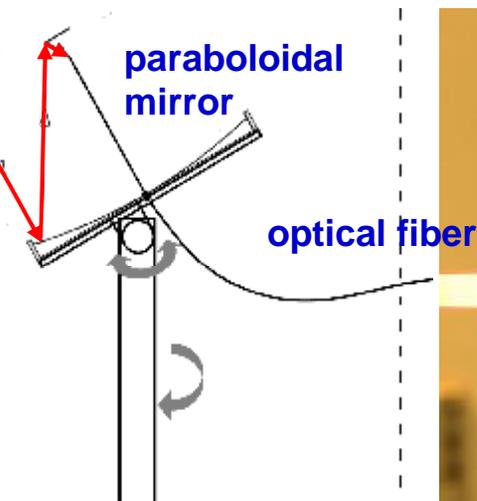
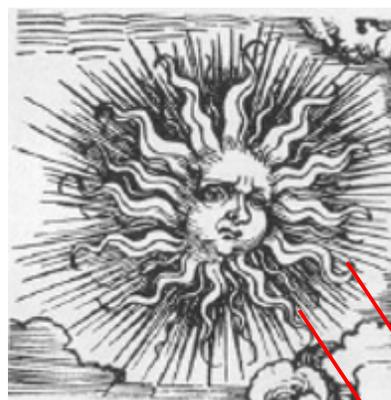
MoS₂ fullerene-like nanoparticle



Nested Cs₂O fullerenes

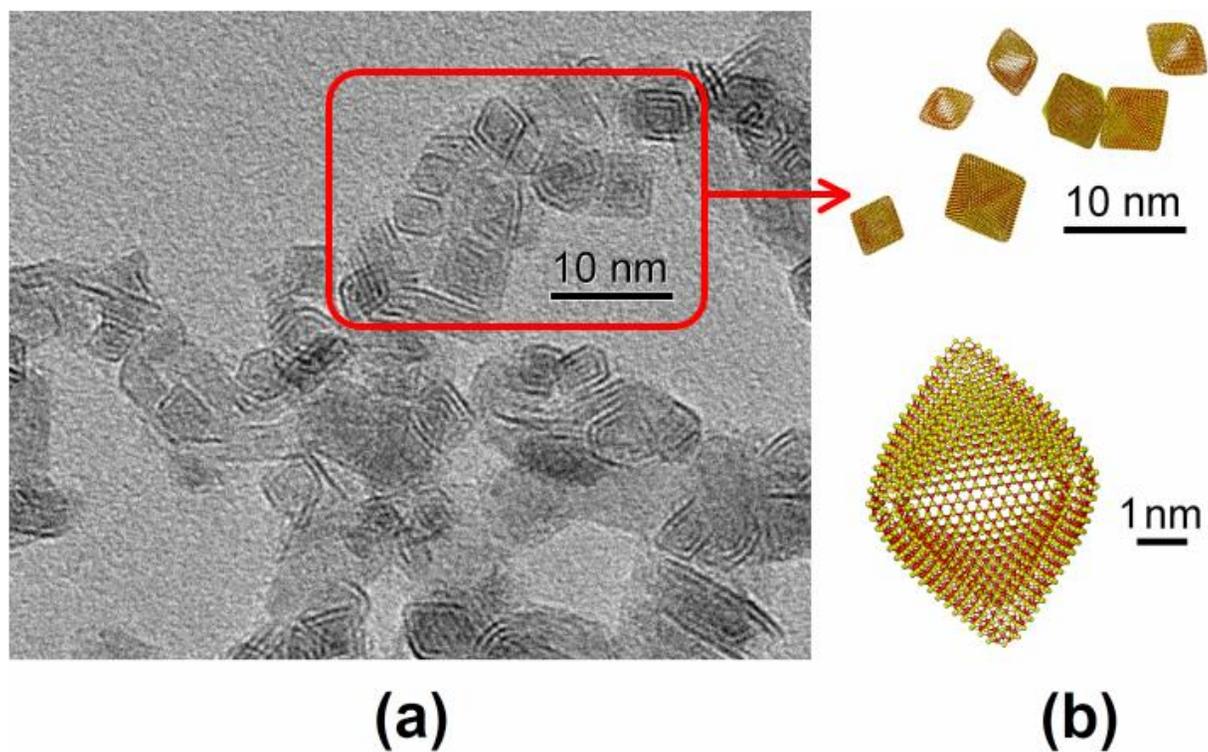
Albu-Yaron, T. Arad, M. Levy, R. Popovitz-Biro, R. Tenne, J. M. Gordon, D. Feuermann, E. A. Katz, M. Jansen and C. Mühle. *Advanced Materials*, 18, 2993 (2006).

Solar assisted synthesis



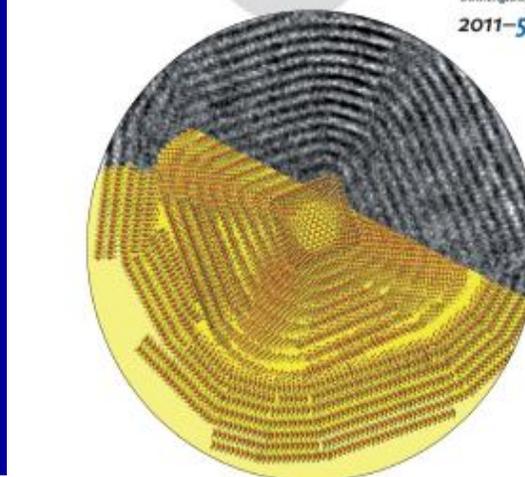
J. M. Gordon, E. A. Katz, D. Feuermann, A. Albu-Yaron, M. Levy, R. Tenne. *Journal of Materials Chemistry*, 18, 458 (2008).

True inorganic fullerenes (nano-octaedra)



MoS₂ Hybrid Nanostructures: From Octahedral to Quasi-Spherical Shells within Individual Nanoparticles**

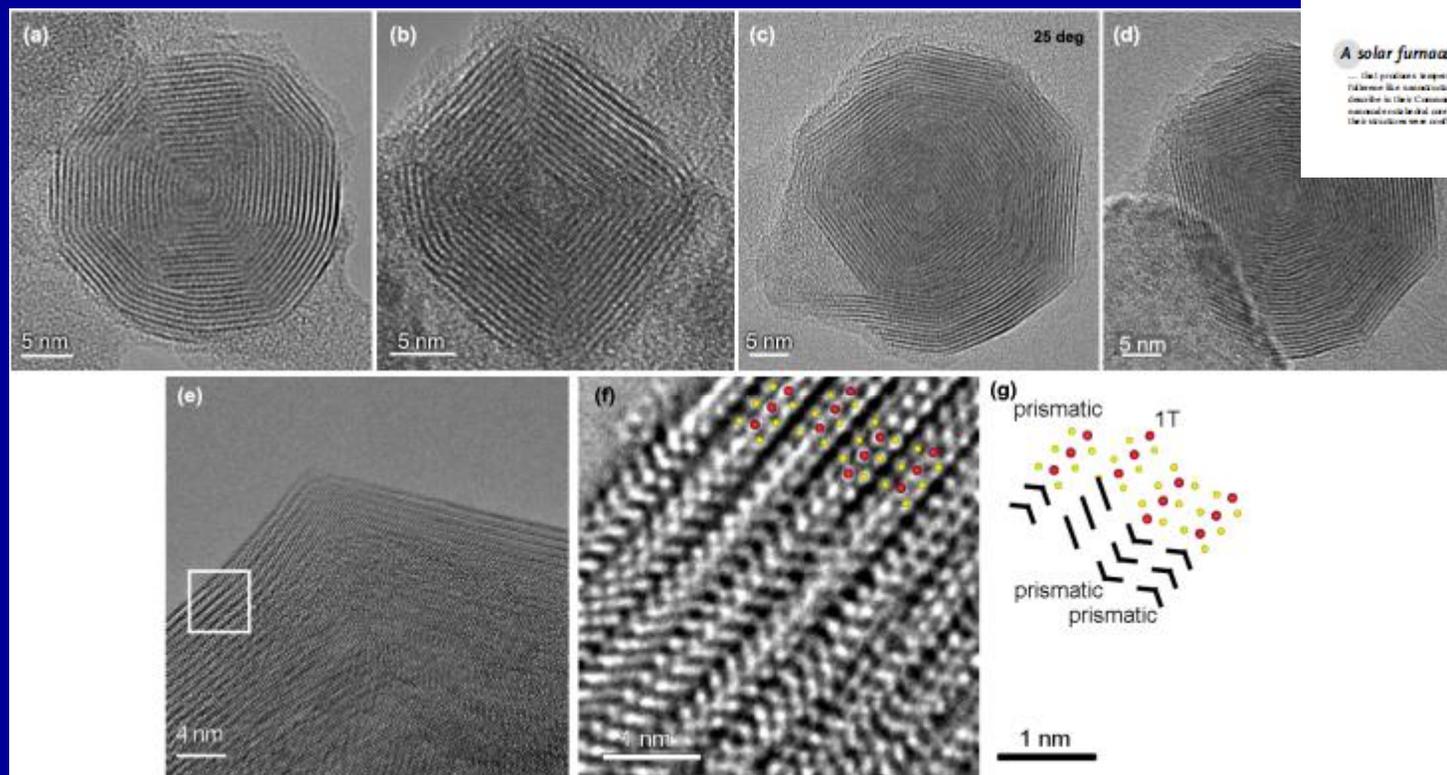
Ana Albu-Yaron, Moshe Levy, Reshef Tenne,* Ronit Popovitz-Biro, Marc Weidenbach, Maya Bar-Sadan, Lothar Houben, Andrey N. Enyashin, Gotthard Seifert, Daniel Feuermann, Eugene A. Katz, and Jeffrey M. Gordon*



A solar furnace ...

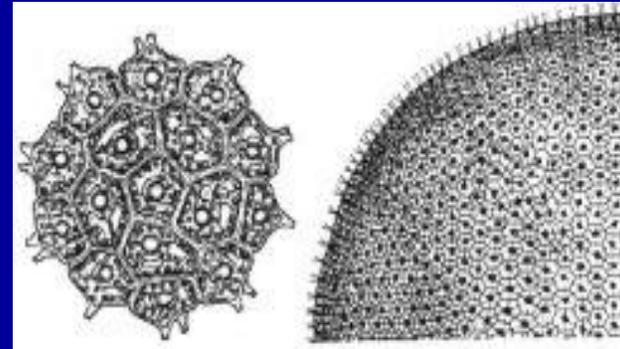
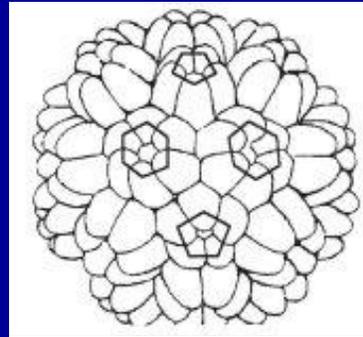
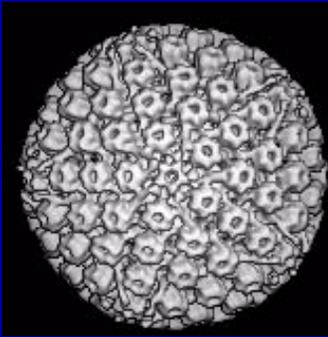
... that produces temperatures as high as 2800°C to melt to generate new hybrid fullerene-like nanostructures of MoS₂. An A. N. Enyashin, G. Seifert, and co-workers describe in this Communications on page 10010, these particles are composed of a nanoscale core that can melt or expand to form a large spherical outer shell, and their structure was confirmed by modeling studies.

WILEY-VCH



Фуллереноподобные структуры в живой природе

Фуллереноподобные вирусы



20-300 nm

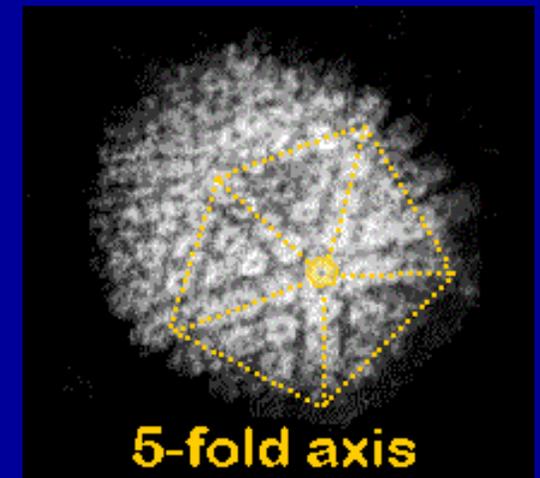
Герпес

Являются ли вирусы живыми организмами?

Да: имеют генетический материал (ДНК, РНК) и способны к воспроизводству

Нет: не обладают клеточной структурой

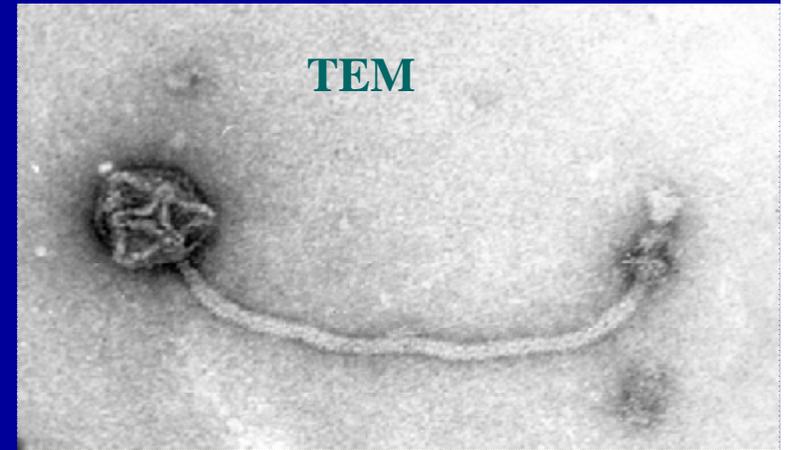
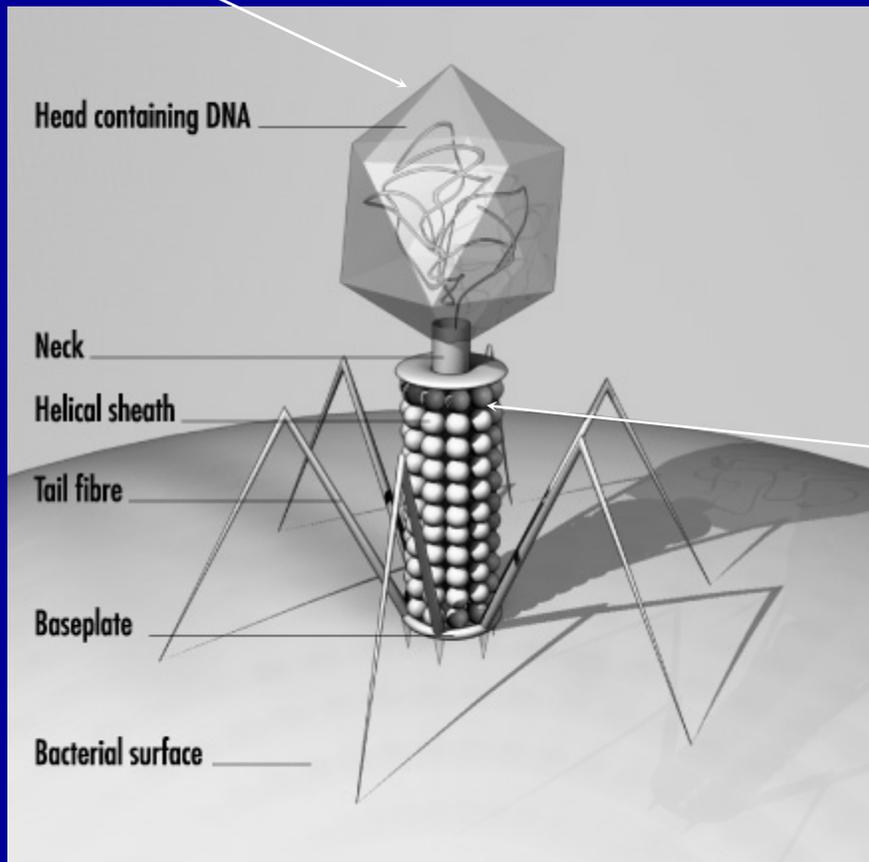
Вирусы находятся на самой границе между живой и неживой природой



Бактериофаги – вирусы, инфицирующие бактерии

Открыты Феликсом д'Эреллем, 1917

40-140 nm



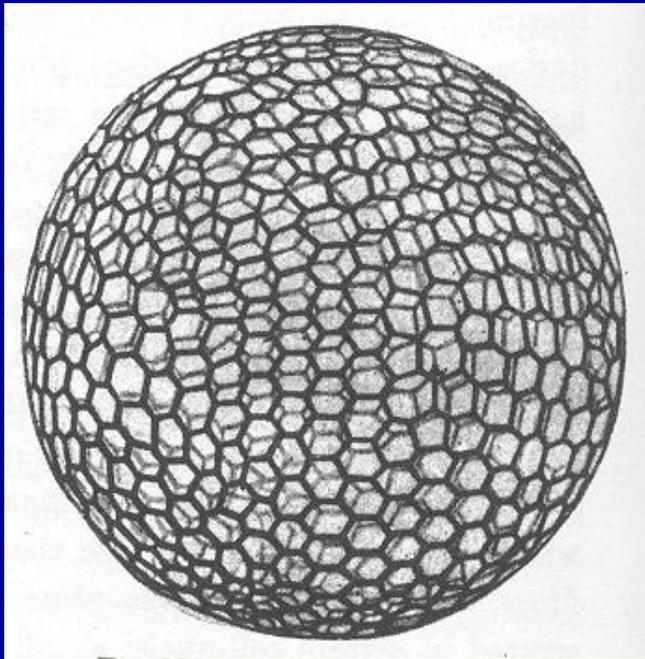
Нанотрубка (10-40 нм диаметром и 100-200 нм длиной)

Фаг «выстреливает» свою ДНК в клетку бактерии

Фаговая терапия

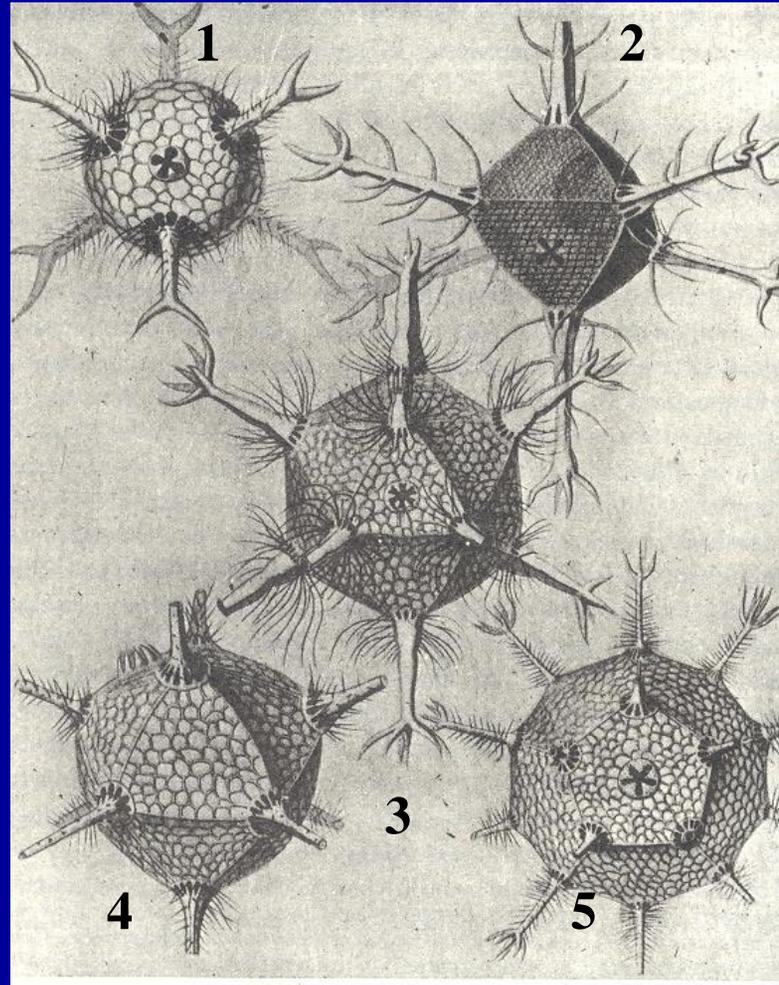
Радиолярии

40 мкм – 1мм



Скелет *Aulonia hexagona*
Hkl.

Из книги: D'arcy W.
Thomson "On Growth and
Form", Cambridge Univ.
Press, 1917



Скелеты различных радиолярий: 1. *Cicroporus sexfurcus*, 2. *C. octahedrus*, 3. *Circogonia icosahedra*, 4. *Cicrospathis novena*, 5. *Cicrorrhegma dodecahedra*.

Из книги: Е. Хаеckel "Monograph of the
Challenger Radiolaria", 1987.

$$F - E + V = 2$$

$$p = 12$$

$$V = 20 + 2h = 2(10 + h)$$

Углеродные кластеры:

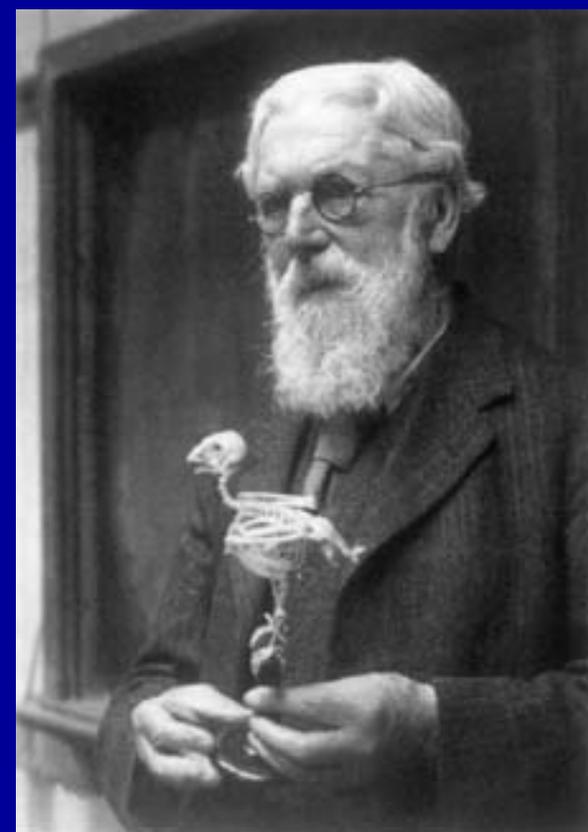
D.E.H. Jones, 1966 © S. Iijima, 1980 © H. Kroto, 1985-1992

Радиолярии:

D'arcy W. Thomson "On Growth and Form", Cambridge Univ. Press, 1917

Научная эстафета:

D'arcy Thomson © Jones © Iijima © Kroto





1897



1905

**ДМИТРИЙ ДМИТРИЕВИЧ
МОРДУХАЙ-
БОЛТОВСКОЙ
1876-1952**

**DMITRIJ DMITRIEVICH
MORDUKHAI-BOLTOVSKOJ
Mathematician, teacher, philosopher**

1934

О парашютах и планерах в растительном и животном царствах//Ученые записки Ростовского ун-та, 1934, вып.1, с.1-14

1936

Геометрия радиолярий // Ученые записки Ростовского ун-та, 1936, вып.8, С.1-91.

1937

Скелеты радиолярий, с точки зрения сопротивления материалов // Ученые записки НИИ математики и физики при Ростовском ун-те, 1937, т.1, с.74-75



**Материал лекции в
расширенном объеме –
в книге:**

**Е. А. Кац «ФУЛЛЕРЕНЫ,
УГЛЕРОДНЫЕ
НАНОТРУБКИ И
НАНОКЛАСТЕРЫ:
РОДОСЛОВНАЯ ФОРМ
И ИДЕЙ», М.: УРСС, 2008
(2-е изд, 2009).**

<http://edurss.ru/cgi-bin/db.pl?lang=Ru&blang=ru&page=Book&id=98124>

http://www.nanometer.ru/2009/02/10/fullereni_nanomateriali_istoria_nauki_57744.html